

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Sprawozdanie za rok 2024 województwo lubuskie</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin maturalny</b>
<i>Przedmiot:</i>	<b>Fizyka</b>
<i>Poziom:</i>	<b>Poziom rozszerzony</b>
<i>Termin egzaminu:</i>	23 maja 2024 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	20 września 2024 r.

**Opracowanie**

Mariusz Mroczek (Centralna Komisja Egzaminacyjna)  
dr Lidia Szymczak-Mazur (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie)

**Redakcja**

dr Wioletta Kozak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

**Opracowanie techniczne**

Andrzej Kaptur (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

**Współpraca**

Beata Dobrosielska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)  
Agata Wiśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)  
Pracownie ds. Analiz Wyników Egzaminacyjnych okręgowych komisji egzaminacyjnych

**Opracowanie dla województwa lubuskiego**

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu  
dr Lidia Skibińska  
Anna Sperling

**Centralna Komisja Egzaminacyjna**  
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa  
tel. 22 536 65 00  
e-mail: sekretariat@cke.gov.pl  
www.cke.gov.pl

## Spis treści

Opis arkusza maturalnego .....	4
Dane dotyczące populacji zdających .....	4
Przebieg egzaminu .....	5
Podstawowe dane statystyczne .....	6
Komentarz .....	13
Wnioski i rekomendacje .....	61

## Opis arkusza egzaminu maturalnego

W roku szkolnym 2023/2024 egzamin maturalny z fizyki został przeprowadzony na podstawie wymagań egzaminacyjnych określonych w rozporządzeniu Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r.<sup>1</sup>

Arkusz egzaminacyjny z fizyki na poziomie rozszerzonym zawierał ogółem 25 zadań (ujętych w 11 grup/wiązek tematycznych), na które składało się 7 zadań zamkniętych i 18 zadań otwartych. Zadania sprawdzały wiadomości oraz umiejętności ujęte w pięciu obszarach wymagań ogólnych:

- I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości (5 zadań łącznie za 9 punktów, w tym: 3 zadania zamknięte łącznie za 6 punktów oraz 2 zadania otwarte łącznie za 3 punkty).
- II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych (8 zadań łącznie za 22 punktów, w tym: 2 zadania zamknięte łącznie za 2 punkty oraz 6 zadań otwartych łącznie za 20 punktów).
- III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników (3 zadanie otwarte łącznie za 5 punktów).
- IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych (4 zadania łącznie za 8 punktów, w tym: 2 zadania zamknięte łącznie za 3 punkty oraz 2 zadania otwarte łącznie za 5 punktów).
- V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych (5 zadań otwartych łącznie za 16 punktów).

Zdający mogli korzystać z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki* oraz linijki i kalkulatora naukowego. Za rozwiązanie wszystkich zadań można było otrzymać 60 punktów.

## Dane dotyczące populacji zdających

**TABELA 1.** ZDAJĄCY ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM\*

Liczba zdających (Formuła 2023)		353
Zdający rozwiązujący zadania w arkuszu standardowym	ze szkół na wsi	0
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	59
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	69
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	225
	ze szkół publicznych	335
	ze szkół niepublicznych	18
	kobiety	108
	mężczyźni	245
	bez dysleksji rozwojowej	313
	z dysleksją rozwojową	40
<b>Obywatele Ukrainy<sup>2</sup></b>		<b>0</b>

\* Dane w tabeli dotyczą tegorocznych absolwentów.

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. poz. 1246).

<sup>2</sup> Dz.U. z 2024 r. poz. 167, z późn. zm.

Z egzaminu nie zwolniono żadnej z osób – laureatów i finalistów Olimpiady Fizycznej.

ZDAJĄCY ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

TABELA 2. związujący zadania w arkuszach dostosowanych	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	2
	słabowidzący	0
	niewidomi	0
	słabosłyszący	0
	niesłyszący	0
	z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym	0
	z zaburzeniem widzenia barw	0
<b>Ogółem</b>	<b>2</b>	

## Przebieg egzaminu

TABELA 3. INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

Termin egzaminu		23 maja 2024	
Czas trwania egzaminu dla arkusza standardowego		180 minut	
Liczba szkół		56	
Liczba zespołów egzaminatorów		0	
Liczba egzaminatorów		0	
Liczba obserwatorów <sup>3</sup> (§ 8 ust. 1)		1	
Liczba unieważnień <sup>4</sup>	w przypadku:		
	art. 44zzv pkt 1	stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego	0
	art. 44zzv pkt 2	wniesienia lub korzystania przez zdającego w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego	0
	art. 44zzv pkt 3	zakłócenia przez zdającego prawidłowego przebiegu egzaminu	0
	art. 44zzw ust. 1	stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego	0
	art. 44zzy ust. 7	stwierdzenie naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzenia egzaminu maturalnego	0
	art. 44zzy ust. 10	niemożność ustalenia wyniku (np. zaginięcie karty odpowiedzi)	0
Liczba wglądów <sup>4</sup> (art. 44zzz)		8	

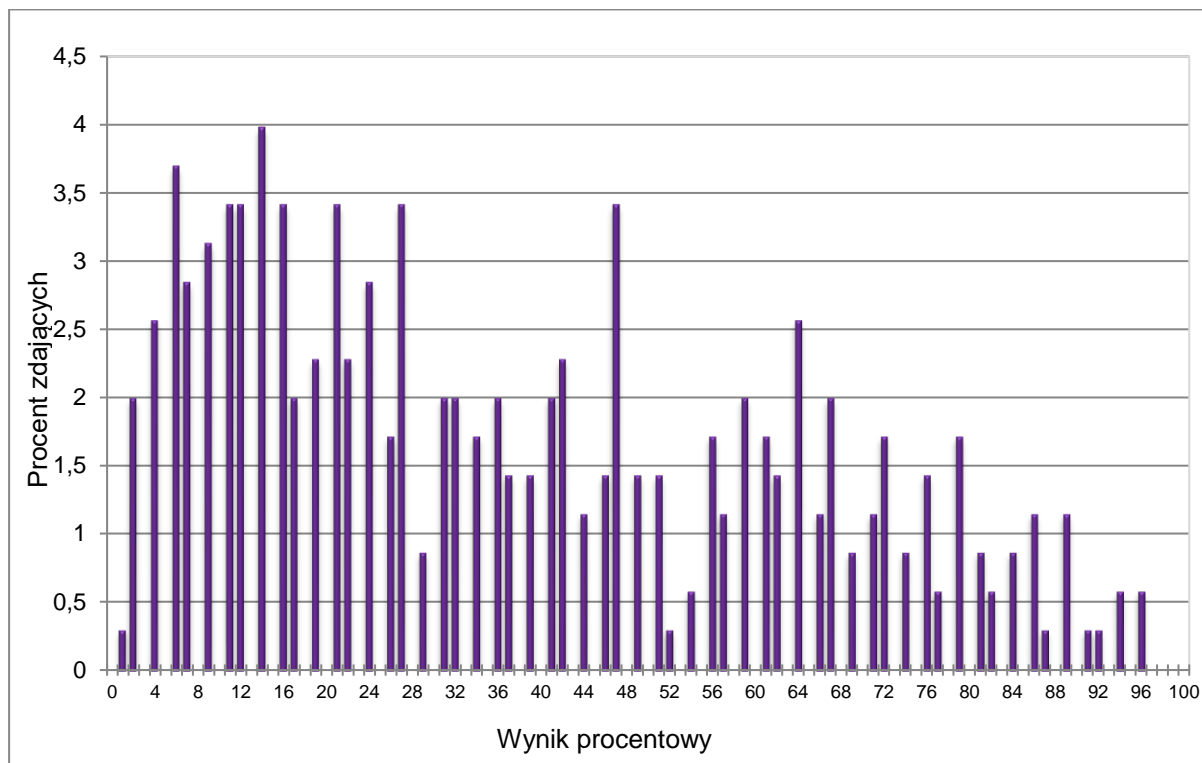
<sup>3</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 1 sierpnia 2022 r. w sprawie egzaminu maturalnego (Dz.U. poz. z 2024 poz. 302).

<sup>4</sup> Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz.U. z 2024 r. poz. 750).

## Podstawowe dane statystyczne

### Wyniki zdających

**WYKRES 1.** ROZKŁAD WYNIKÓW ZDAJĄCYCH



**TABELA 4.** WYNIKI ZDAJĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE\*

Zdający	Liczba zdających	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
<b>Ogółem Formuła 2023</b>	<b>353</b>	<b>2</b>	<b>97</b>	<b>33</b>	<b>15</b>	<b>38</b>	<b>25</b>
w tym:							
z liceów ogólnokształcących	252	2	97	43	28	45	25
z techników	101	3	93	15	7	21	18
z branżowych szkół II stopnia	0	-	-	-	-	-	-

\* Dane dotyczą tegorocznych absolwentów. Parametry statystyczne są podane dla grup liczących 30 lub więcej zdających.

## Poziom wykonania zadań

TABELA 5. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

Wymagania egzaminacyjne 2024			
Nr zad.	Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe <i>Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).</i>	Poziom wykonania zadania (%)
1.1.	IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.5) [...] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.	46
1.2.	IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...]; I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.5) [...] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową [...]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu [...].	61
1.3.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu [...].	40
2.1.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.	49
2.2.	V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątownego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami; <i>LUB</i> II.20) [...] stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.	13

3.1.	IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; posługuje się pojęciem ruchu harmonicznego [...]; V.4) analizuje zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu dla ciała w ruchu drgającym harmonicznym oraz interpretuje wykresy tych zależności; V.6) oblicza energię potencjalną sprężystości i uwzględnia ją w analizie przemian energii.	38
3.2.	I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...]; I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości [...].	63
3.3.	V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] rysunków schematycznych [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości i jego jednostką; V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; V.5) stosuje do obliczeń zależność okresu małych drgań [...] ciężarka na sprężynie od ich parametrów.	11
4.1.	I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.	63
4.2.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.	38

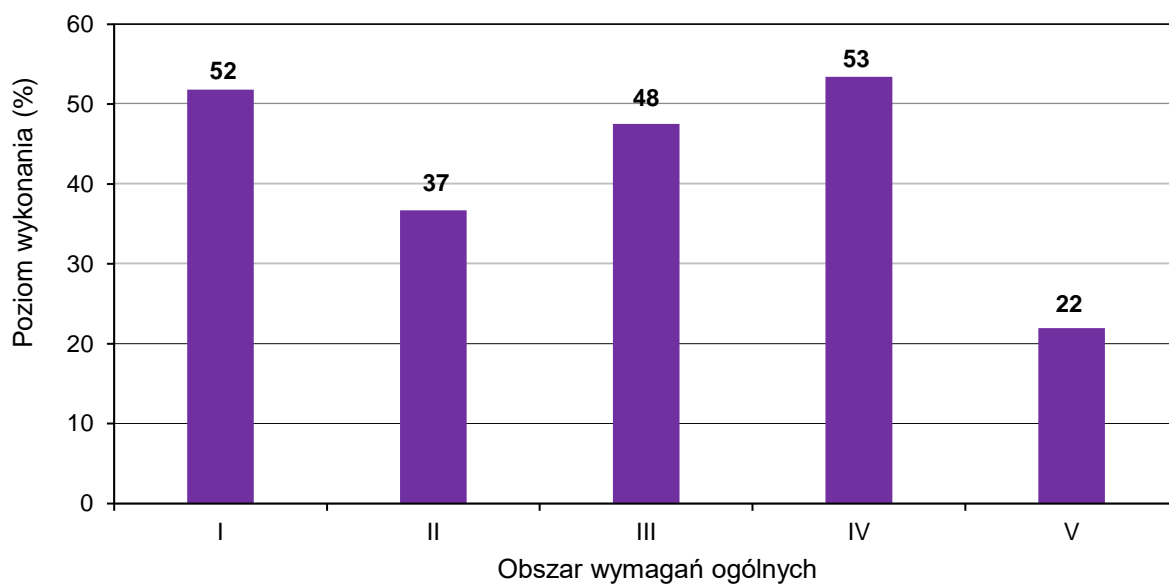


5.1.	I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.1) wyznacza położenie środka masy układu ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciężenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...].	41
5.2.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciężenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...].	28
6.	V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk [...]. VII.4) analizuje natężenie pola wytwarzanego przez układ ładunków punktowych i oblicza jego wartość.	46
7.1.	I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem [...]. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).	58
7.2.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika [...]. VIII.8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule'a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).	33
7.3.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem [...]. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.12) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.	43

8.1.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: [...] izobaryczną, izochoryczną [...] gazów; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.13) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach [...] cieplnych.	58
8.2.	V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: [...] izobaryczną, izochoryczną [...] gazów; VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a [...] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu; VI.12) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.	20
9.1.	III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.7) (SP) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciami ogniska i ogniskowej. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki [...].	47
9.2.	III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]. IX.7) (SP) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciami ogniska i ogniskowej. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki [...].	38
10.1.	I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.	17

10.2.	II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) posługuje się związkami między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.	15
11.1.	III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników.	Zdający: I.7) wyodrębnia z [...] wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu.	69
11.2.	IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) [...] opisuje rozpady alfa, beta ( $\beta^+$ , $\beta^-$ ).	61
11.3.	V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych [...]; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową [...].	23

**WYKRES 2.** POZIOM WYKONANIA ZADAŃ W OBSZARZE WYMAGAŃ OGÓLNYCH



## Komentarz – na podstawie wyników wszystkich zdających w kraju

W roku 2024 do egzaminu maturalnego z fizyki w Formule 2023 przystąpili po raz drugi absolwenci liceów ogólnokształcących, a po raz pierwszy – absolwenci techników. Egzamin odbył się tylko na poziomie rozszerzonym. Średni wynik, jaki osiągnęli wszyscy absolwenci (liceów oraz techników łącznie), wynosi **41%**. Absolwenci liceów osiągnęli średni wynik **48%**, natomiast absolwenci techników osiągnęli średni wynik **22%**.

### 1. Analiza jakościowa zadań

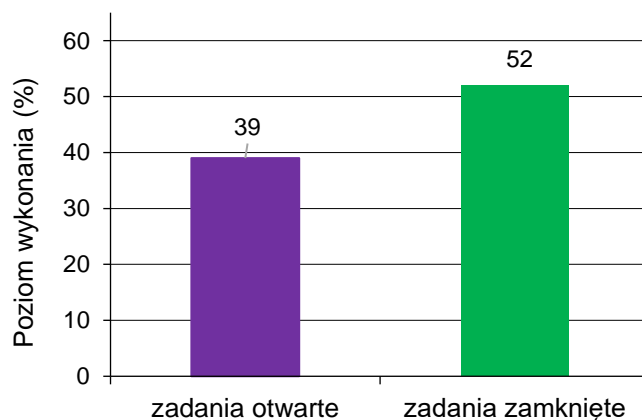
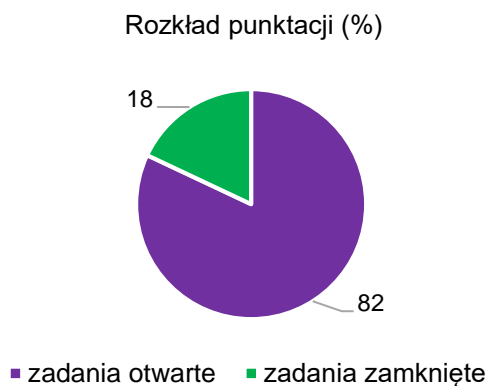
Tegoroczny arkusz maturalny z fizyki składał się ogółem z 25 pojedynczych zadań ujętych w 11 grup (wiązek) tematycznych, za które można było uzyskać łącznie 60 punktów. Dwa zadania w arkuszu okazały się dla zdających bardzo trudne (poziom wykonania<sup>4</sup> każdego zadania bardzo trudnego jest niższy lub równy 19%), 15 zadań było dla zdających trudne (poziom wykonania każdego zadania trudnego zawiera się w przedziale od 20% do 49%), 8 zadań okazało się dla zdających umiarkowanie trudne (poziom wykonania każdego zadania umiarkowanie trudnego mieści się w przedziale od 50% do 69%). Zadań łatwych (o poziomie wykonania mieszczącego się w przedziale od 70% do 89%) i bardzo łatwych (o poziomie wykonania powyżej 89%) nie było w arkuszu.

Rozkład punktacji na poszczególnych poziomach trudności jest następujący:

- całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania bardzo trudne, wynosiła 7 (co stanowi około 12% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia);
- całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania trudne, wynosiła 39 (co stanowi około 65% punktów możliwych do osiągnięcia);
- całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania umiarkowanie trudne wynosiła 14 (czyli około 23% punktów możliwych do zdobycia).

Z powyższego wynika, że większość zadań w arkuszu była dla zdających trudna.

Arkusz maturalny z fizyki w tym roku zawierał 18 zadań otwartych, za które można było uzyskać w sumie 49 punktów (co stanowi 82% całkowitej punktacji), oraz 7 zadań zamkniętych, za które można było dostać łącznie 11 punktów (co stanowi 18% całkowitej punktacji).



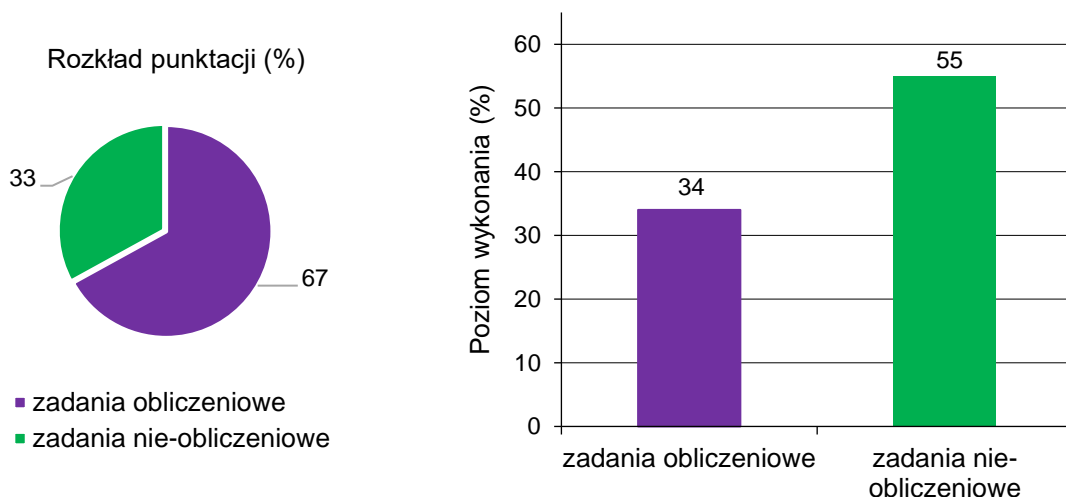
<sup>4</sup> Poziom wykonania zadania (lub grupy zadań) to parametr, który określamy jako iloraz (wyrażony w procentach) średniego wyniku za dane zadanie (lub grupę zadań) i maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania za to zadanie (lub grupę zadań).

Poziom wykonania grupy zadań otwartych wyniósł w tym roku 39%, a poziom wykonania grupy zadań zamkniętych wyniósł 52%.

Przyjmujemy do naszej analizy, że zadania obliczeniowe to te zadania otwarte (lub w niektórych przypadkach zamknięte), w których zdający – aby uzyskać punkty za rozwiązanie – musiał wykonać obliczenia lub przekształcenia algebraiczne wzorów.

W arkuszu znalazło się 14 zadań obliczeniowych (spośród wszystkich 25 zadań). Można było za nie uzyskać łącznie 40 punktów, co stanowi około 67% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia. Zadań, które określimy jako nie-obliczeniowe było w arkuszu 11, przy czym można było za nie uzyskać 20 pkt, co stanowi około 33% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia.

Poziom wykonania wszystkich zadań obliczeniowych w arkuszu wyniósł około 34%, a poziom wykonania zadań nie-obliczeniowych – około 55%. Zadania obliczeniowe okazały się dla zdających zdecydowanie trudniejsze.



Wyniki, jakie osiągnęli zdający za poszczególne zadania (w tym te najtrudniejsze), bardzo dobrze korelowały z wynikami uzyskanymi za cały arkusz. Przekonuje o tym analiza tzw. współczynników korelacji liniowej Pearsona dla poszczególnych zadań.

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona może przyjmować wartości od  $-1$  do  $1$  i jest miarą stopnia zależności/powiązania/korelacji liniowej między dwiema zmiennymi losowymi. W naszym przypadku parami zmiennych losowych są: wyniki zdających za dane zadanie i odpowiadające im wyniki tychże zdających za cały arkusz. W praktyce pomiaru dydaktycznego dodatnie wartości współczynnika korelacji powyżej  $0,5$  oznaczają bardzo dobre powiązanie wyniku zadania z wynikiem za cały arkusz – tzn. że wzrost wartości wyniku za dane zadanie w populacji zdających wiąże się ze wzrostem wartości wyniku za cały arkusz.

Większość zadań w arkuszu (21 zadań spośród 25) osiągnęła współczynnik korelacji liniowej wyższy od  $0,5$ . Ponadto, w tym aż 12 zadań miało ten współczynnik wyższy lub równy  $0,70$ . Tylko 4 zadania miały współczynnik mieszczący się w przedziale  $0,28-0,46$ .

Dobra i silna korelacja wyniku za zadania z wynikiem za cały arkusz oznacza, że zadania były prawidłowo skonstruowane i bardzo dobrze różnicowały populację zdających.

W arkuszu egzaminacyjnym nie było zadań o skrajnym poziomie trudności: to znaczy nie było zadań bardzo łatwych o poziomie wykonania powyżej 90% oraz nie było zadań bardzo trudnych o poziomie wykonania poniżej 10%.

## 2. Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najslabiej

W tej części *Komentarza* omówimy zadania, z którymi zdający poradzili sobie najslabiej. Przyjmujemy do analizy zadania, których poziom wykonania jest poniżej (lub jest równy) 34%.

Do każdego zadania omawianego w dalszej części komentarza, będziemy podawali dwa parametry: 1) poziom wykonania zadania ( $\bar{L}$  – współczynnik łatwości wyrażony w %); 2) współczynnik korelacji liniowej Pearsona ( $P$ ). Parametry te określone są dla całej populacji zdających egzamin maturalny z fizyki w 2024 roku w terminie głównym (w formule 2023).

Zadania, których poziom wykonania jest niższy lub równy 34%, licząc kolejno od najtrudniejszego, to (w nawiasach obok parametrów statystycznych zapisano jakiej tematyki dotyczy zadanie oraz rodzaj zadania):

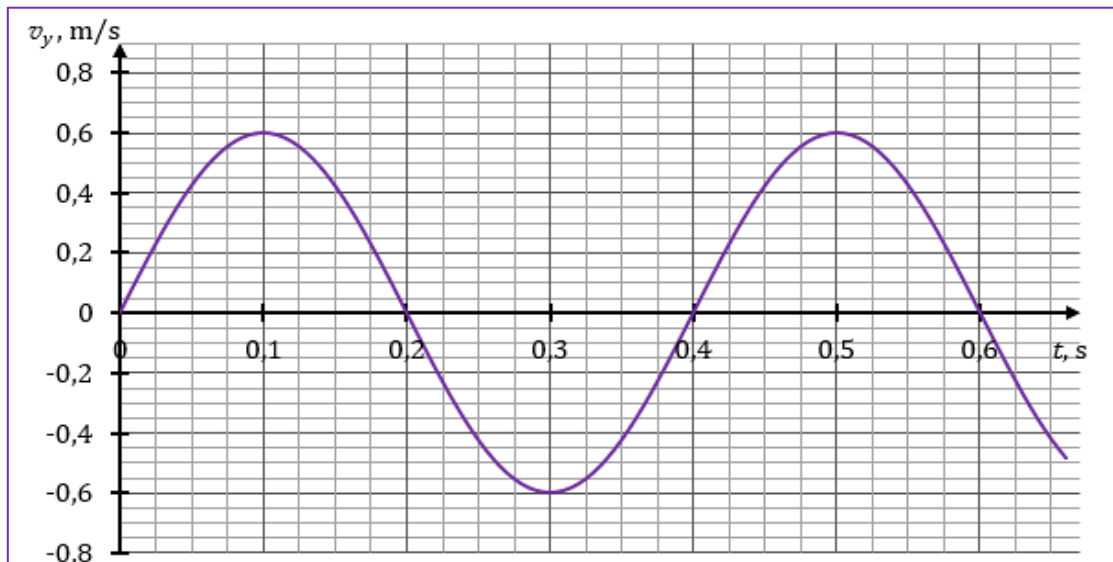
1. Zadanie 3.3. (14%, 0,66, dynamika drgania punktu materialnego, zadanie otwarte)
2. Zadanie 2.2. (17%, 0,66, dynamika bryły sztywnej, zadanie otwarte)
3. Zadanie 10.2. (20%, 0,73, mechanika relatywistyczna, zadanie otwarte)
4. Zadanie 10.1. (22%, 0,59, mechanika relatywistyczna, zadanie otwarte z luką)
5. Zadanie 8.2. (25%, 0,76, termodynamika, zadanie otwarte)
6. Zadanie 11.3. (25%, 0,73, fizyka jądrowa, zadanie otwarte)
7. Zadanie 5.2. (33%, 0,78, grawitacja oraz dynamika, zadanie otwarte)
8. Zadanie 7.2. (34%, 0,31, obwody prądu stałego, zadanie zamknięte)

Wszystkie – za wyjątkiem jednego – z wymienionych ośmiu najtrudniejszych zadań w arkuszu to zadania otwarte. Jedno z nich to zadanie z luką, a pozostałe to zadania obliczeniowe. Rozwiązanie tych zadań otwartych wymagało wyodrębnienia zjawiska z opisanego kontekstu, stworzenia fizycznego i matematycznego modelu zjawiska, zastosowania odpowiedniej zasady / prawa fizycznego, czy też innych zależności fizycznych bądź matematycznych. Te czynniki, niezależnie od działu fizyki, którego dotyczyło zadanie, miały największy wpływ na niski poziom wykonania tych zadań.

W dalszej części omówimy najtrudniejsze zadania w arkuszu i opiszemy błędy, jakie najczęściej popełniali zdający w swoich rozwiązaniach.

**Omówienie zadania 3.3. ( $\bar{L} = 14\%$ ,  $P = 0,66$ ) z wiązki zadań 3.1–3.3.**

Wiązka **zadań 3.1.–3.3.** dotyczyła zagadnień związanych z dynamiką i kinematyką ruchu drgającego prostego na przykładzie ciężarka zawieszono na sprężynie, wykonującego drgania proste w ziemskim polu grawitacyjnym. W zadaniu podany był wykres zależności współrzędnej prędkości  $v_y$  ciężarka od czasu  $t$  przy zadanym modelu zjawiska.



Pierwsze zadanie tej wiązki (**zadanie 3.1.**) było zamknięte. Należało w nim ocenić prawdziwość stwierdzeń związanych z kinematyką, dynamiką i przemianami energii w ruchu drgającym ciężarka. To zadanie okazało się 9. pod względem trudności zadaniem w arkuszu (poziom wykonania wyniósł 42%).

**Zadanie 3.1. (0–2)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	W chwili $t = 0,2$ s siły działające na ciężarek się równoważą.	P	<input checked="" type="radio"/> F
2.	Energia kinetyczna ciężarka w chwili $t = 0,1$ s jest równa energii kinetycznej ciężarka w chwili $t = 0,3$ s.	<input checked="" type="radio"/> P	F
3.	Wartość przyspieszenia ciężarka w chwili $t = 0,4$ s jest większa od wartości przyspieszenia ciężarka w chwili $t = 0,5$ s.	<input checked="" type="radio"/> P	F

Drugie zadanie w wiązce (**zadanie 3.2**) było otwarte – graficzne z luką – i uzyskało poziom wykonania 66%. Zadanie to zostanie szczegółowo omówione wraz z analizą rozwiązań zdających w dalszej części niniejszego opracowania – w sekcji **3. Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej.**

**Zadanie 3.3.** uzyskało najniższy poziom wykonania (14%) i okazało się najtrudniejszym zadaniem w całym arkuszu. Wysoki współczynnik Pearsona (0,66) oznacza, że zadanie bardzo dobrze różnicowało populację zdających.



Polecenie było następujące:

**Zadanie 3.3. (0–4)**

**Oblicz wartość siły sprężystości działającej na ciężarek w chwili, gdy znajduje się on w najniższym położeniu podczas ruchu drgającego. Zapisz obliczenia.**

Zadanie można było rozwiązać na kilka sposobów (zobacz [Zasady oceniania rozwiązań zadań](#), strony 20.–22.). Najbardziej optymalny i najszybszy sposób rozwiązania wymagał, aby: (1) poprawnie zidentyfikować siły działające na ciężarek podczas ruchu drgającego, (2) poprawnie napisać równanie wyrażające drugą zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka (z poprawnie zidentyfikowaną siłą wypadkową), w chwili, gdy ciężarek znajdował się w najniższym położeniu, (3) poprawnie zastosować związek między przyspieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną w ruchu drgającym. Rozwiązanie zadania (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$\left( ma_{max} = F_{s\ max} - mg \text{ oraz } a_{max} = \left( \frac{2\pi}{T} \right) v_{max} \right) \rightarrow F_{s\ max} \approx 1,92 \text{ N}$$

Inne sposoby rozwiązania opierały się na wykorzystaniu wzoru na siłę sprężystości albo na wykorzystaniu zasady zachowania energii. Zasadniczą trudnością dla rozwiązujących zadanie opisanym powyżej było poprawne określenie siły wypadkowej i zapisanie drugiej zasady dynamiki. Zdający często pomijali siłę grawitacji. Trudnością dla zdających rozwiązujących zadanie innym sposobem – z wykorzystaniem wzoru na siłę sprężystości – było poprawne użycie tego wzoru. Zdający często pomijali rozciągnięcie sprężyny w położeniu równowagi i pisali  $F_{s\ max} = kA$  zamiast  $F_{s\ max} = k(A + y_0)$ . Zdarzało się też, że mylili zapis maksymalnej siły wypadkowej ( $F_{w\ max} = kA$ ) z zapisem maksymalnej siły sprężystości  $F_{s\ max} = k(A + y_0)$ . Metoda rozwiązania zadania, wykorzystująca zasadę zachowania energii, okazała się dla zdających zbyt trudna. Należało w niej poprawnie uwzględnić 3 rodzaje energii: kinetyczną, potencjalną grawitacji i potencjalną sprężystości.

Kolejną trudnością, niezależnie od użytej metody, było dla zdających użycie związków między przyspieszeniem maksymalnym i prędkością maksymalną albo prędkością maksymalną i amplitudą albo okresem i współczynnikiem sprężystości w ruchu drgającym.

Większość błędów popełniana przez zdających, którzy podjęli rozwiązanie, wiązała się właśnie z pokonaniem tych trudności.

**Przykład 1 – rozwiązania zdających**

Zdający poprawnie określa siłę wypadkową oraz poprawnie stosuje drugą zasadę dynamiki ([zobacz zapisy w zielonych ramkach](#)). Stanowi to istotny postęp w rozwiązaniu zadania.

W dalszym etapie rozwiązania zadania zdający błędnie określa przyspieszenie maksymalne ([zobacz zapisy w czerwonej ramce](#)).

Zamiast skorzystać ze związku między przyspieszeniem maksymalnym i prędkością maksymalną w ruchu drgającym (które to wielkości są chwilowe), zdający szacuje przyspieszenie jako zmianę prędkości w przedziale czasu równym aż 0,1 s – czyli ćwierć okresu! Zdający nie oblicza przyspieszenia w chwili maksymalnego wychylenia, tylko oblicza przyspieszenie średnie na interwale czasu stanowiącym aż jedną czwartą okresu.

Odnotujmy, że przyspieszenie chwilowe maksymalne także można było oszacować. Wymagało to jednak rozważenia przyrostu prędkości w okolicy zera, dla stosunkowo (do okresu) małych przedziałów czasu (albo obliczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu prędkości w miejscu zerowym), np.:

$$a_{\max} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} (v \approx 0) \approx \frac{0,225 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,025 \text{ s}} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dlatego optymalną metodą określenia przyspieszenia maksymalnego było skorzystanie ze związku między przyspieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną.

$F_{\text{wyp}} = F_s - F_g$

$|v| = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$

między położeniem równowagi a najwyższym  
 położeniem ciężarke : *maja*

$\Delta t = 0,1 \text{ s}$   
 $|\Delta v| = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $a = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$   
 (r. j. obliczony)

~~$F_{\text{wyp}} = F_s - F_g$~~

$F_s = F_{\text{wyp}} + F_g = ma + mg = m(a+g) = 0,1(6+9,81) = 1,581 \text{ [N]}$

$F_s = 1,581 \text{ N}$

## Przykład 2 – rozwiązania zdających

W przedstawionym rozwiązaniu zdający popełnia błąd, który może być konsekwencją albo błędnego zastosowania wzoru na siłę sprężystości, albo błędnego określenia siły wypadkowej (pominięcia siły grawitacji).

Zadający określa maksymalną wartość siły sprężystości jako (zapis w zielonej ramce):

$$F_s = kx$$

przy czym  $x$  (pomijamy szczegół, że oznaczenie powinno być  $y$ ) traktuje jako amplitudę, co wynika z jego zapisów (w czerwonej ramce:  $x = A$ ). To jest niestety poważny błąd rzeczowy, który nie pozwala zaliczyć zdającemu etap istotnego postępu w rozwiązaniu.

Opisany błąd może być konsekwencją braku uwzględnienia rozciągnięcia sprężyny w położeniu równowagi – czyli braku uwzględnienia siły grawitacji. Pozostałe zapisy zdającego są poprawne – zdający stosuje związki między prędkością maksymalną i amplitudą oraz okresem i współczynnikiem sprężystości w ruchu drgającym. To można uznać za niewielki postęp w rozwiązaniu zadania.

$$m = 0,1 \text{ kg} \quad T = 0,4 \text{ s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad | \cdot ()^2$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m}$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot 0,1}{(0,4)^2} = 24,67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$v_{\text{max}} = A\omega$$

$$A = \frac{v_{\text{max}}}{\omega} = \frac{v_{\text{max}}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{v_{\text{max}}}{1} \cdot \frac{T}{2\pi} = \frac{v_{\text{max}} T}{2\pi}$$

$$v_{\text{max}} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad T = 0,4 \text{ s}$$

$$A = x = \frac{0,6 \cdot 0,4}{2\pi}$$

$$F_s = -kx$$

$$F_s = -k(-x)$$

$$F_s = \frac{kx}{2\pi} \cdot \frac{v_{\text{max}} T}{2\pi} = \frac{2\pi m v_{\text{max}}}{T}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 0,1 \cdot 0,6}{0,4} = \frac{3}{10} \pi \approx 0,94 \text{ N}$$

**Przykład 3 – rozwiązania zdających**

Zdający rozwiązuje zadanie korzystając z zasady zachowania energii mechanicznej. Zapis równania wskazuje, że zdający porównuje energię mechaniczną przy maksymalnym wychyleniu (lewa strona równania w czerwonej ramce) z energią mechaniczną przy maksymalnej prędkości ciężarka, tzn. przy przechodzeniu przez położenie równowagi (prawa strona równania).

Jednak zdający pomija rozciągnięcie sprężyny w położeniu równowagi. To skutkuje błędnym wzorem na energię sprężystości po lewej stronie równania oraz brakiem członu z energią sprężystości w położeniu równowagi po prawej stronie równania. Poprawne równanie powinno być zapisane jak poniżej (na zielono oznaczono składniki, których zdający nie zapisał):

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

Następnie zdający popełnia niespodziewany błąd (być może w wyniku chwilowej nieuwagi). Podstawia do energii kinetycznej w prawej stronie równania prędkość równą zero, podczas gdy prawa strona równania właśnie opisywała energię mechaniczną przy maksymalnej prędkości (to są sprzeczne zapisy)!

Do rozwiązania zadania metodą energetyczną zdający musiaby dodatkowo wykorzystać związki między prędkością maksymalną i amplitudą oraz okresem i współczynnikiem sprężystości w ruchu drgającym. Żadnej z tych zależności zdający nie zapisuje.

$F_s = -k\vec{x}$   
 $F_s = kA$   
 $x = -A$   
 $m = 0,1 \text{ kg}$   
 $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

A:  $E_{\text{spr}} = \text{maksymalna}$   
 $E_k = 0$   
 $E_p = 0, \text{ bo } h = 0$

$x = 0$ :  
 $E_{\text{spr}} = 0, \text{ bo } x = 0$   
 $E_k = \text{maksymalna}$   
 $E_p = mg \cdot A$

$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgA$  (sprzeczne)  
 $\frac{1}{2}kA \cdot A = \frac{1}{2}mv^2 + mgA$   
 $\frac{1}{2}F_s \cdot A = \frac{1}{2}mv^2 + mgA$   
 $\frac{1}{2}F_s \cdot A = mgA$  (w maksymalnym wychyleniu  $v=0$ )  
 $F_s = 2mg = 2 \cdot 0,1 \cdot 9,81 = 1,962 \text{ [N]}$



**Omówienie zadania 2.2. (Ł = 17%, P = 0,66) z wiązki zadań 2.1–2.2.**

Wiązka **zadań 2.1.–2.2.** dotyczyła zagadnień związanych z dynamiką bryły sztywnej. Wstęp do wiązki był następujący:

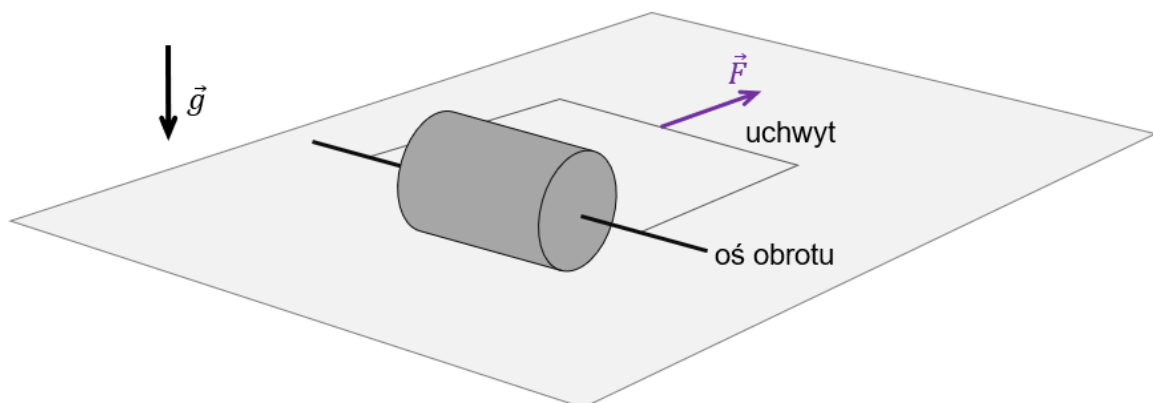
**Zadanie 2.**

Jednorodny walec o masie  $m = 10 \text{ kg}$  i promieniu  $R$  był ciągnięty siłą o wartości  $F = 30 \text{ N}$  po płaskiej poziomej powierzchni. Siła  $\vec{F}$  była przyłożona poziomo do uchwytu i prostopadle do osi obrotu walca (zobacz rysunki 1.–3.).

Do analizy zagadnienia przyjmij model zjawiska, w którym:

- walec toczył się bez poślizgu
- w kierunku poziomym na walec działały tylko: stała siła tarcia statycznego  $\vec{T}$  oraz siła  $\vec{F}$
- siła tarcia  $\vec{T}$  między walcem a powierzchnią nie osiągnęła wartości maksymalnej
- pomijamy inne (tzn. oprócz tarcia statycznego) opory ruchu
- moment bezwładności walca względem jego osi obrotu – będącej osią symetrii walca – wyraża się wzorem:  $I_0 = \frac{1}{2}mR^2$
- ruch walca rozpatrujemy w inercjalnym układzie odniesienia związanym z ziemią, w jednorodnym, ziemskim polu grawitacyjnym
- pomijamy masę osi obrotu walca i masę jej uchwytu.

Rysunek 1. (widok z perspektywy)



Pierwsze zadanie tej wiązki (**zadanie 2.1.**) było zadaniem otwartym obliczeniowym, uzyskało poziom wykonania 48% i współczynnik korelacji Pearsona równy 0,80. W zadaniu należało obliczyć iloraz energii: kinetycznej ruchu postępowego i energii kinetycznej całkowitej będącej sumą energii kinetycznej ruchu obrotowego i energii kinetycznej ruchu postępowego walca.

**Zadanie 2.2.** było drugim pod względem trudności zadaniem w arkuszu. Poziom wykonania tego zadania wyniósł 17%, a współczynnik korelacji Pearsona 0,66. Wysoki współczynnik korelacji oznacza, że wyniki, jakie otrzymywali zdający za to zadanie, bardzo dobrze korelowały z wynikami za cały arkusz.

Polecenie do zadania było następujące:

**Zadanie 2.2. (0–3)**

**Oblicz wartość przyspieszenia (liniowego) środka masy walca. Zapisz obliczenia.**

Zadanie to można było rozwiązać na kilka sposobów (zobacz [Zasady oceniania rozwiązań zadań](#), strony 11.– 12.). Zdający najczęściej wybierali sposób rozwiązania, w którym należało: (1) poprawnie zapisać równania ruchu wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca (względem osi symetrii), (2) uwzględnić w tych równaniach: wartości siły wypadkowej jako  $F_w = F - T$  oraz wzór na moment siły tarcia  $M = RT$ , (3) uwzględnić związek między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym walca oraz wzór na moment bezwładności walca.

Rozwiązanie zadania (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$\left( \begin{cases} ma = F - T \\ I_0 \epsilon = RT \end{cases} \text{ oraz } a = \epsilon R \text{ oraz } I_0 = \frac{1}{2} mR^2 \right) \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

Inne sposoby rozwiązania opierały się na wykorzystaniu metody chwilowej osi obrotu albo zastosowaniu związku między pracą sił i momentów sił a zmianami energii kinetycznej ruchu postępowego i obrotowego. Zasadniczą trudnością dla rozwiązujących zadanie z użyciem zasad dynamiki było poprawne zapisanie dwóch równań wynikających z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego i II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego oraz poprawne określenie wartości siły wypadkowej  $F_w$  działającej na walec. Najczęściej popełnianym błędem przez zdających, którzy zapisywali oba równania II zasady dynamiki dla ruchu postępowego i obrotowego, było niepoprawne określenie siły wypadkowej. W wielu przypadkach zdający zapisywali II zasadę dynamiki tylko dla ruchu postępowego lub tylko dla ruchu obrotowego walca.

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających wspomniane powyżej błędy.

#### Przykład 4 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca (zapis w zielonej ramce). Następnie zapisuje niezrozumiałą uwagę i równanie  $M_1 = M_2$  (zapisy w pierwszej czerwonej ramce). Zapisy te są błędne, ponieważ w zjawisku nie ma dwóch momentów sił, a ponadto nie mówi się o zachowaniu momentów sił (mówi się o zachowaniu energii mechanicznej lub zachowaniu momentu pędu, co nie dotyczy tego zadania)!

Dalej zdający błędnie określa moment siły względem osi obrotu walca jako  $FR$  (zapis w drugiej czerwonej ramce), gdzie powinno być  $TR$ . Ponadto nie zapisuje równania II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca.

Jeśli przyjmiemy, że zdający rozwiązuje zadanie metodą chwilowej osi obrotu, gdzie moment siły względem tej chwilowej osi wynosi  $FR$ , to powinien podstawić on do równania moment bezwładności względem tej osi, a nie względem osi symetrii walca.

W przedstawionym rozwiązaniu (którkolwiek z metod) zdający nie dokonał istotnego postępu, który pozwoliłby mu na uzyskanie poprawnego rozwiązania zadania.

z II zasady dynamiki ruchu obrotowego

$$H = I \epsilon$$

momenty sił są zachowane

$$M_1 = M_2$$

$$I \epsilon = F \cdot r$$

$$\int \frac{a}{r} = F \cdot r$$

$$a = \frac{F r^2}{I} =$$

$$a = \frac{F \cdot r^2}{\frac{1}{2} m r^2}$$

$$a = \frac{2F}{m}$$

$$a = \frac{2 \cdot 30}{10}$$

$$a = 6 \frac{m}{s^2}$$

**Przykład 5 – rozwiązania zdających**

Zdający zapisuje II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz poprawnie określa siłę wypadkową jako:

$$F_w = F - T \quad (\text{zobacz zapisy w zielonych ramkach}).$$

Dalej zdający nie zapisuje równania wynikającego z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

W związku z powyższym zdający nie dokonał istotnego postępu w rozwiązaniu zadania, który pozwoliłby mu na uzyskanie prawidłowego wyniku.

Ponadto należy odnotować usterkę w zadaniu polegającą na tym, że zdający przyjął, że siła tarcia ma wartość  $\mu_s mg$  (zapis w pomarańczowej ramce). Jest to niezgodne z założeniem zadania, że siła tarcia statycznego nie osiągnęła wartości maksymalnej. Gdyby jednak zdający konsekwentnie zastosował ten wzór w równaniu II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego, to mógłby otrzymać prawidłowy wynik. W takiej sytuacji zapis  $\mu_s mg$  mógłby zostać potraktowany jako arbitralne (choć nieuprawnione) oznaczenie siły tarcia statycznego.

$a_1 = ?$   
 $m = 10 \text{ kg}$   
 $F = 30 \text{ N}$   
 $I_o = \frac{1}{2} m R^2$

Z II zasady dynamiki

$$F_{\text{wyp}} = m \cdot a$$

$$F - T = m \cdot a$$

$$F - \mu_s \cdot F_g = m \cdot a$$

$$F - \mu_s \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$a_1 = \frac{F - \mu_s m g}{m}$$



### Przykład 6 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca, poprawnie zapisuje również wzór na moment siły tarcia  $M = RT$  (zobacz zapisy w zielonych ramkach). Zapisy te stanowią istotny postęp w rozwiązaniu zadania.

Jednak zdający błędnie określa wartość siły wypadkowej jako:  $F_w = F + T$  (zapis w pierwszej czerwonej ramce). (Gdyby zapis był formie wektorowej, to wtedy:  $\vec{F}_w = \vec{F} + \vec{T}$ )

Niepoprawne określenie wartości siły wypadkowej nie pozwoliło zdającemu otrzymać prawidłowego wyniku:  $a = 2 \frac{m}{s^2}$ .

$$a = \frac{F_{wyp}}{m} = \frac{F+T}{m}$$

$$M = R \cdot T \cdot \sin 90^\circ$$

$$E = \frac{M}{J} = \frac{R \cdot T}{\frac{1}{2} m R^2} = \frac{2T}{m R}$$

$$a = E \cdot R = \frac{2T}{m}$$

$$\frac{2T}{m} = \frac{F+T}{m}$$

$$2T = F + T$$

$$F = T$$

$$a = \frac{2F}{m} = \frac{60}{10} = 6 \frac{m}{s^2}$$

Odp.  $6 \frac{m}{s^2}$

## Przykład 7 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca, poprawnie zapisuje również wzór na siłę wypadkową jako:  $F_w = F - T$  (zobacz zapisy w zielonych ramkach). Zapisy te stanowią istotny postęp w rozwiązaniu zadania.

Jednak zdający błędnie określa moment siły, wiążąc go z siłą wypadkową  $F_w$  (zobacz zapis w czerwonej ramce).

Niepoprawne określenie momentu siły nie pozwoliło zdającemu otrzymać prawidłowego wyniku.

$$F_w = ma$$

$$a = \frac{F_w}{m}$$

$$F_w = F - T$$

$$T < m_s F_g$$

$$\epsilon = \frac{M}{I}$$

$$\epsilon = r a$$

$$\frac{a}{R} = \frac{R F_w}{\frac{m R^2}{2}}$$

$$a = \frac{2 F_w}{m R}$$

~~$$R = \frac{2 F_w}{m R}$$~~

**Omówienie zadania 10.1. (Ł = 22%, P = 0,59) oraz zadania 10.2. (Ł = 20%, P = 0,73)**

Wiązka zadań **10.1.–10.2.** sprawdzała opanowanie typowych wymagań związanych z elementami fizyki relatywistycznej. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 10.**

Elektron został rozpędzony w polu elektrycznym (w próżni) od punktu *A* do punktu *B*. Wartość prędkości elektronu w punkcie *A* była równa zero, a wartość prędkości elektronu w punkcie *B* była równa  $v = 2,00 \cdot 10^8$  m/s.

Przyjmij, że:

- energia spoczynkowa  $E_0$  elektronu jest równa (w zaokrągleniu)  $E_0 \approx 5,11 \cdot 10^5$  eV
- energię całkowitą elektronu w punkcie *B* oznaczmy jako  $E_B$ .

Pierwsze zadanie (**zadanie 10.1.**) tej wiązki było zadaniem otwartym z luką i okazało się czwartym pod względem trudności zadaniem w arkuszu – jego poziom wykonania wyniósł 22% a współczynnik korelacji z arkuszem to 0,59. Poniżej treść zadania.

**Zadanie 10.1. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Wpisz właściwą liczbę w wykropkowane miejsce.**

Iloraz energii  $\frac{E_B}{E_0}$  jest równy (w zaokrągleniu) .....

Żeby rozwiązać to zadanie należało użyć wprost wzoru na całkowitą energię relatywistyczną. Konieczność użycia wzoru relatywistycznego wynikała z podanej wartości prędkości elektronu równej  $v = 2,00 \cdot 10^8$  m/s. Wartość ta stanowi 2/3 wartości prędkości światła w próżni, a zatem zastosowanie wzorów klasycznych prowadzi do błędnego wyniku.

Proste obliczenie można było wykonać w brudnopisie lub bezpośrednio na kalkulatorze naukowym, a wynik należało wpisać w wyznaczonym miejscu:

$$E_B = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{\frac{5}{9}}} \approx 1,342E_0$$

Ponieważ dane w zadaniu podane były w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących, taki też wynik (1,34) należało podać w odpowiedzi (uznawane były również 1,3).

Najczęstszym błędem zdających (co można stwierdzić po wynikach i zapisach w brudnopisie przy zadaniu) było stosowanie klasycznego wzoru na energię kinetyczną. Zastosowanie wzoru  $E_B = E_0 + E_{kin}$  z energią kinetyczną obliczoną w modelu klasycznym prowadziło do wyniku 1,22 – rozbieżnego z poprawnym wynikiem już w drugiej cyfrze znaczącej.

**Zadanie 10.2.** okazało się dla zdających trzecim pod względem trudności zadaniem w arkuszu. Poziom wykonania tego zadania jest równy 20% a współczynnik korelacji z arkuszem to aż 0,73. Zadanie bardzo dobrze różnicowało populację zdających.

Treść zadania była następująca:

### Zadanie 10.2. (0–3)

Oblicz napięcie elektryczne  $U_{AB}$  między punktami  $A$  oraz  $B$ . Zapisz obliczenia.

W celu rozwiązania zadania należało: 1) zastosować związek wynikający z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (tutaj – pracy siły elektrycznej) i zmianie energii kinetycznej 2) wykorzystać definicję pojęcia napięcia 3) wykorzystać relatywistyczny wzór na energię kinetyczną.

Rozwiązanie zadania (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0 \quad \rightarrow \quad U_{AB} \approx 1,75 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Błędy rzeczowe popełniane przez zdających wiązały się z takimi trudnościami jak: poprawne zapisanie związku między pracą siły elektrycznej a zmianą energii kinetycznej oraz poprawne zastosowanie relatywistycznego wzoru na energię kinetyczną / całkowitą. Zdającym zdarzały się także błędy rachunkowe oraz błędy dotyczące stosowania jednostek.

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających wspomniane powyżej błędy.

### Przykład 8 – rozwiązania zdających

W poniższym przykładzie zdający popełnia dwa poważne błędy rzeczowe.

Zdający poprawnie zapisuje (zielona ramka) tylko związek między pracą siły elektrycznej a różnicą energii całkowitych ( $W_{AB} = E_B - E_A$ ). Jednak tej różnicy dalej nie identyfikuje jako zmiany energii kinetycznej ( $W_{AB} = (E_{kinB} + E_0) - (E_{kinA} + E_0) = E_{kinB} - E_{kinA}$ ), czy równoważnie – energii kinetycznej w punkcie B ( $W_{AB} = E_{kinB}$ ).

Z zapisów zdającego (dwie czerwone ramki) wynika, że traktuje on energię całkowitą w punkcie  $B$  jako samą energię kinetyczną elektronu i pomija energię spoczynkową elektronu (pierwsza ramka czerwona).

W wyniku tego zdający otrzymuje błędny związek – pracę siły elektrycznej przedstawia (druga ramka czerwona) jako różnicę energii kinetycznej w punkcie  $B$  i energii spoczynkowej (wynik z pierwszej ramki przepisano do drugiej po zamianie jednostek na eV).

Ten błąd rzeczowy nie pozwala uznać istotnego postępu w rozwiązaniu zadania. Niezależnie od opisanego błędu zdający popełnia kolejny błąd rzeczowy – stosuje wzór klasyczny na energię kinetyczną elektronu, podczas gdy należało zastosować wzór relatywistyczny.

Odnotujmy jeszcze jeden błąd. W pewnym momencie zdający zamienia symbol napięcia na symbol pracy (trzecia czerwona ramka). To można by uznać za błąd nieuwagi lub usterkę w zapisie.

$$\begin{aligned}
 & 3) \quad U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} \\
 & W_{AB} = \frac{E_b - E_a}{q} = \frac{-5,11 \cdot 10^5 \text{ eV} + 2,919 \cdot 10^{-33} \text{ eV}}{1,602176634 \cdot 10^{-19}} = 1,82188 \cdot 10^{-14} \text{ eV} \\
 & E_b = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1093837 \cdot 10^{-31} \cdot (2,00 \cdot 10^8)^2 = 9,1093837 \cdot 10^{-31} \cdot 2,00^2 \cdot 10^{16} = 3,64375348 \cdot 10^{-14} \text{ J} \\
 & E_b \cdot 1,602176634 \cdot 10^{-19} \\
 & W_{AB} = -3,18941 \cdot 10^{-24} \text{ J}
 \end{aligned}$$

### Przykład 9 – rozwiązania zdających

W kolejnym przykładzie zdający już na początku zapisuje niepoprawny związek między pracą i energią. Zdający zapisuje, że praca siły elektrycznej od  $A$  do  $B$  jest równa energii całkowitej elektronu w punkcie  $B$  (pierwsza czerwona ramka). Poprawny związek to równość pracy siły elektrycznej i różnicy energii całkowitych elektronu w punktach  $A$  i  $B$  lub równoważnie różnicy energii kinetycznych elektronu w punktach  $A$  i  $B$  lub energii kinetycznej elektronu w punkcie  $B$ .

Dalej zdający popełnia kolejny błąd – relatywistyczny wzór na energię całkowitą stosuje do obliczenia energii kinetycznej elektronu w punkcie  $B$ .

$$\begin{aligned}
 & E = Uq \\
 & E_{kinB} = E - E_0 \\
 & 1) \quad Uq = E_{kinB} + E_0 \\
 & U = \frac{E_{kinB} + E_0}{q} = \\
 & E_0 = 5,11 \cdot 10^5 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \approx 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J} \\
 & 2) \quad E_{kinB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - \frac{(2 \cdot 10^8)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}} = 3,66 \cdot 10^{-22} \text{ J} \\
 & U = \frac{3,66 \cdot 10^{-22} + 8,19 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \underline{\underline{511875 \text{ V}}}
 \end{aligned}$$



**Przykład 10 – rozwiązania zdających**

W przedstawionym przykładzie zdający dokonuje istotnego postępu w rozwiązaniu zadania oraz pokonuje zasadnicze trudności zadania: poprawnie określa związek między pracą siły elektrycznej a różnicą energii całkowitych elektronu lub równoważnie przyrostem energii kinetycznej elektronu. Przy tym wykorzystuje definicję napięcia oraz stosuje relatywistyczny wzór na energię całkowitą w punkcie  $B$ , o czym świadczy poprawny wynik  $1,34E_0$  dla energii całkowitej elektronu w punkcie  $B$  i poprawny wynik  $0,34E_0$  dla energii całkowitej elektronu w punkcie  $A$  (zapisy w zielonych ramkach).

Zdający popełnia błąd na ostatnim etapie rozwiązania zadania (zapisy w czerwonych ramkach). Energię spoczynkową wyrażoną liczbowo w eV dzieli przez liczbę będącą wartością ładunku elementarnego wyrażoną w C. W takiej sytuacji zdający otrzymuje wynik wyrażający napięcie w jednostkach eV/C – a nie w jednostkach V. Ponadto zdający pisze odpowiedź, używając dla napięcia błędnej jednostki eV. Gdyby użył jednostki V – odpowiedź też byłaby błędna ze względu na rachunek.

Należało zauważyć, że jednostka eV zawiera w sobie czynnik równy wartości ładunku elementarnego. Poprawne obliczenie napięcia powinno wyglądać następująco (poprawiamy i kontynuujemy zapis w czerwonej ramce):

$$U_{AB} = \frac{0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 \text{ eV}}{|e|} = \frac{0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5 |e| \cdot \text{V}}{|e|} \approx 1,75 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$W_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$   
 $W_{AB} = \frac{0,342 E_0}{q}$   
 $U_{AB} = \frac{0,342 \cdot 5,11 \cdot 10^5}{1,602 \cdot 10^{-19}}$   
 $U_{AB} = 1,09 \cdot 10^2 \text{ eV}$   
 Odp: Napięcie elektryczne  $U_{AB}$  wynosi  $1,09 \cdot 10^2 \text{ eV}$ .

Zanotujmy, że drugi rok z rzędu pojawia się na egzaminie maturalnym wiązka zadań dotyczących obliczania energii relatywistycznej. Bardzo podobne zadanie było także w arkuszu próbnym opublikowanym w grudniu 2022 roku. Dodatkowo, zadania tego typu są zaprezentowane w Informatorze do egzaminu maturalnego z fizyki. Pomimo tego, jak się okazuje, zadania z fizyki relatywistycznej są dla zdających bardzo trudne.

**Omówienie zadania 8.2. ( $\bar{L} = 25\%$ ,  $P = 0,76$ ) z wiązki zadań 8.1–8.2.**

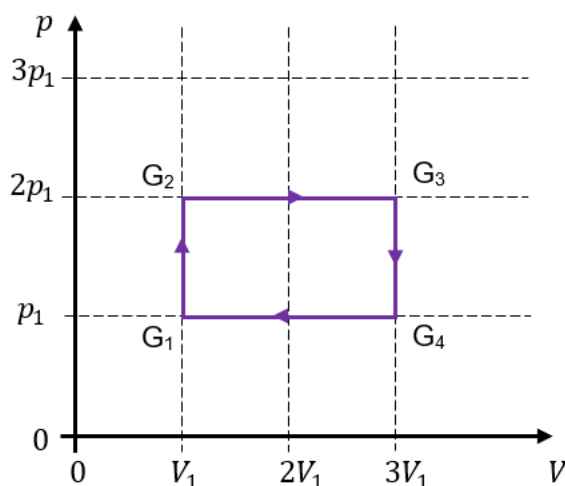
Zadanie wchodziło w skład wiązki **zadań 8.1.–8.2.** dotyczących zagadnień związanych z przemianami gazu doskonałego w pewnym silniku cieplnym S. Wstęp do wiązki zadań był następujący

**Zadanie 8.**

Na poniższym wykresie przedstawiono zależność ciśnienia  $p$  od objętości  $V$  w cyklu przemian termodynamicznych ustalonej masy gazu doskonałego. Te przemiany gazu zachodzą podczas pracy pewnego silnika cieplnego S. Gaz oddaje ciepło do chłodnicy, a pobiera ciepło z grzejnika.

Stany gazu, w których zmienia się rodzaj przemiany termodynamicznej, oznaczono symbolami:  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$ . Wielkości  $p_1$  i  $V_1$  są – odpowiednio – ciśnieniem i objętością gazu w stanie  $G_1$ .

Ciepło molowe tego gazu przy stałej objętości wynosi  $C_V = \frac{3}{2}R$ , gdzie  $R$  jest stałą gazową.



Pierwsze zadanie (**zadanie 8.1.**) tej wiązki było zadaniem zamkniętym wielokrotnego wyboru wymagającym obliczenia ciepła pobranego z grzejnika przez gaz w cyklu pracy silnika S. Zadanie to okazało się jednym z łatwiejszych zadań w arkuszu – jego poziom wykonania wyniósł 58% a współczynnik korelacji z arkuszem to 0,28.

**Zadanie 8.2.** było piątym pod względem trudności zadaniem w arkuszu. Poziom wykonania tego zadania wyniósł 25% a współczynnik korelacji Pearsona wyniósł 0,76. Bardzo wysoki współczynnik korelacji liniowej z arkuszem, oznacza, że zadanie nie sprawiło trudności zdającym, którzy uzyskali wysokie wyniki za cały arkusz – czyli zdającym dobrze przygotowanym do egzaminu.

Polecenie do zadania było następujące:

**Zadanie 8.2. (0–3)**

**Wyprowadź wzór pozwalający wyznaczyć  $|\Delta U_{41}|$  – wartość bezwzględną zmiany energii wewnętrznej gazu w przemianie  $G_4 \rightarrow G_1$  – tylko za pomocą wielkości:  $p_1$  i  $V_1$ . Zapisz odpowiednie równania i przekształcenia oraz podaj postać tego wzoru.**

W [Zasadach oceniania rozwiązań zadań](#), na stronach 39.– 40. podane są dwa sposoby rozwiązania tego zadania. W pierwszym sposobie rozwiązania wykorzystuje się wzór na energię wewnętrzną/przyrost energii wewnętrznej wraz z równaniem stanu gazu doskonałego. W drugim sposobie rozwiązania wykorzystuje się I zasadę termodynamiki łącznie ze wzorem na ciepło i pracę w przemianie izobarycznej.

Zdający najczęściej wybierali sposób drugi. Aby poprawnie rozwiązać zadanie tym sposobem należało: (1) zapisać I zasadę termodynamiki dla przemiany  $G_4 \rightarrow G_1$  z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków, (2) prawidłowo obliczyć pracę siły parcia w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$ , (3) zastosować wzór na ciepło w przemianie izobarycznej (gazu jednoatomowego) i związek (wynikający z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej.

Rozwiązanie zadania pierwszym sposobem (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$\left( |\Delta U_{41}| = \left| \frac{3}{2} n R \Delta T_{41} \right| \text{ oraz } p \Delta V = n R \Delta T \right) \rightarrow |\Delta U_{41}| = 3 p_1 V_1$$

Rozwiązanie zadania drugim sposobem (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$\left( \Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}| \text{ oraz } |Q_{41}| = \left| n \frac{5}{2} R \Delta T_{41} \right| \text{ oraz } p \Delta V = n R \Delta T \text{ oraz } |W_{41}| = 2 p_1 V_1 \right) \\ \rightarrow |\Delta U_{41}| = 3 p_1 V_1$$

Zasadniczą trudnością dla zdających rozwiązujących zadanie z wykorzystaniem I zasady termodynamiki było poprawne uwzględnienie w niej konwencji znaków zgodnie, z którą stratę energii przez układ w postaci ciepła lub pracy oznacza się znakiem minus, a wzrost energii w postaci ciepła lub pracy oznacza się znakiem plus (albo na odwrót i konsekwentnie).

Trudnością dla zdających okazało się również poprawne zapisanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej (gazu jednoatomowego). Zdający zapisując ten wzór mylili ciepło molowe przy stałym ciśnieniu z ciepłem molowym przy stałej objętości.

Zdający, którzy rozwiązywali zadanie pierwszym sposobem popełniali błąd w zapisie wzoru na energię wewnętrzną/przyrost energii wewnętrznej pisząc:

$$\Delta U = n \frac{5}{2} R \Delta T \text{ zamiast } \Delta U = n \frac{3}{2} R \Delta T$$

Większość błędów popełniana przez zdających, którzy podjęli rozwiązanie, wiązała się właśnie z pokonaniem tych trudności. Poniżej przykłady rozwiązań zawierających wspomniane powyżej błędy.



### Przykład 11 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje I zasadę termodynamiki dla przemiany izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  ale niepoprawnie/niekonsekwentnie stosuje dla niej konwencję znaków oraz niepoprawnie zapisuje wzór na ciepło w przemianie izobarycznej – myli ciepło molowe przy stałym ciśnieniu z ciepłem molowym przy stałej objętości (zapisy w obu czerwonych ramkach).

Zdający prawidłowo oblicza pracę siły parcia w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  (zapisy w zielonej ramce). Znak minus przy pracy podczas sprężania wskazuje na to, którą konwencję znaków zdający przyjmuje (otoczenie traci energię w postaci pracy i zyskuje energię w postaci ciepła). Tymczasem zdający nie trzyma się swojej konwencji znaków (zapis w drugiej czerwonej ramce, gdzie pracę i ciepło oznacza dodatnimi znakami).

Niepoprawne zastosowanie konwencji znaków w równaniu I zasady termodynamiki oraz niepoprawne zapisanie wzoru na ciepło w przemianie izobarycznej nie pozwoliło zdającemu otrzymać prawidłowego wyniku w postaci:  $|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$ .

$$\Delta U = Q + W$$

$$|W| = p \cdot |\Delta V| = p_1 \cdot |-2V_1| = 2p_1V_1 \Rightarrow W = -2p_1V_1$$

*bo gaz zmniejsza objętość*

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

$$Q = C_V \cdot n \Delta T$$

$$Q = \frac{5}{2} R n \Delta T$$

2 równania zależne  $\Rightarrow n R \Delta T = p \Delta V$

$$Q = \frac{5}{2} p \Delta V = \frac{5}{2} p_1 \cdot (-2V_1) = -5p_1V_1$$

$$|\Delta U_{41}| = |W| + |Q| = 2p_1V_1 + 3p_1V_1 = 5p_1V_1$$

## Przykład 12 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje I zasadę termodynamiki dla przemiany izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  ale niepoprawnie stosuje w niej konwencję znaków (zapis w czerwonej ramce).

Zdający prawidłowo oblicza pracę siły parcia w przemianie izobarycznej  $G_4 \rightarrow G_1$  oraz poprawnie zapisuje ciepło w tej przemianie oraz poprawnie wykorzystuje równanie stanu gazu doskonałego (zapisy w zielonych ramkach).

Tylko jeden błąd – niepoprawne zastosowanie konwencji znaków w równaniu I zasady termodynamiki – nie pozwolił zdającemu otrzymać prawidłowego wyniku:  $|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$ .

Dane:  
 $p_1$   
 $V_1$   
 2 wykreśły:  
 $p_1 = p_2$   
 $V_2 = 3V_1$   
 $C_V = \frac{3}{2}R$

Szukane:  
 $|\Delta U_{41}|$

$$|\Delta U_{41}| = \cancel{W_{41}} + \cancel{Q_{41}} = W_{41} + Q_{41}$$

Przemiana  $G_4 \rightarrow G_1$  jest przemianą izobaryczną.

Praca  $W_{41}$  jest równa pole pod wykresem  $p(V)$  reprezentującym przemianę  $G_4 \rightarrow G_1$ , więc:

$$W_{41} = 2p_1V_1$$

$$C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R = \frac{Q_{41}}{n\Delta T}$$

Z równania Clapeyrona:

$$p_1V_1 = nRT_1 \quad (\Leftrightarrow) \quad T_1 = \frac{p_1V_1}{nR}$$

$$3p_1V_1 = nRT_2 \quad (\Leftrightarrow) \quad T_2 = \frac{3p_1V_1}{nR}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{3p_1V_1 - p_1V_1}{nR} = \frac{2p_1V_1}{nR}$$

$$C_p = \frac{5}{2}R = \frac{Q_{41}}{n} \cdot \frac{nR}{2p_1V_1} \quad (\Leftrightarrow) \quad Q_{41} = 5p_1V_1$$

Wz.  $|\Delta U_{41}| = W_{41} + Q_{41} = 2p_1V_1 + 5p_1V_1 = 7p_1V_1$

Odp:  $|\Delta U_{41}| = 7p_1V_1$

**Przykład 13 – rozwiązania zdających**

Zdający podjął próbę rozwiązania zadania z zastosowaniem wzoru na przyrost energii wewnętrznej z wykorzystaniem równania stanu gazu doskonałego, jednak niepoprawnie zapisał wzór na  $\Delta U_{41}$  (zapis w czerwonej ramce). Zdający pomylił wzór na energię wewnętrzną ze wzorem na ciepło wymienione w przemianie izobarycznej.

Błędny zapis wzoru na przyrost energii wewnętrznej nie pozwolił zdającemu na otrzymanie prawidłowego wyniku w postaci:  $|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$ .

$$\Delta U_{41} = n C_p \Delta T = n \frac{5}{2} R \Delta T$$

$$n p_1 \Delta V = n R \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{p_1 \Delta V}{n R}$$

$$\Delta U_{41} = \frac{5}{2} p_1 \Delta V = \frac{5}{2} p_1 2V_1 = 5 p_1 V_1$$

**Omówienie zadania 11.3. (Ł = 25%, P = 0,73) z wiązki zadań 11.1–11.3.**

Wiązka zadań 11.1.–11.3. odnosiła się do zagadnień związanych z fizyką jądrową. Zadania te zostaną szczegółowo omówione wraz z analizą rozwiązań zdających w dalszej części niniejszego opracowania w rozdziale 2. **Problem „pod lupą”**. W tym miejscu zasygnalizujemy tylko, że zadanie 11.3. było zadaniem otwartym i okazało się szóstym pod względem trudności zadaniem w arkuszu – jego poziom wykonania wyniósł 25%, a współczynnik korelacji z arkuszem wyniósł 0,73 (bardzo wysoki).

**Omówienie zadania 5.2. (Ł = 33%, P = 0,78) z wiązki zadań 5.1–5.2.**

**Zadanie 5.2.** było siódmym pod względem trudności zadaniem w arkuszu. Poziom wykonania tego zadania wyniósł 33% a współczynnik korelacji 0,78. Zadanie wchodziło w skład wiązki zadań **5.1.–5.2.** dotyczących grawitacji.

Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 5.**

Ziemia i Księżyc poruszają się dookoła punktu  $S$  – ich wspólnego środka masy – po orbitach eliptycznych, które są zbliżone do orbit kołowych.

Przyjmij następujące warunki zadania i oznaczenia:

- środek Ziemi oznaczmy jako punkt  $Z$ , środek Księżyca oznaczmy jako punkt  $K$ , a odcinek łączący środek Ziemi ze środkiem Księżyca oznaczmy jako  $ZK$
- odległość  $|ZK|$  pomiędzy środkiem Ziemi a środkiem Księżyca się zmienia
- stosunek masy Ziemi do masy Księżyca wynosi  $\frac{M_Z}{M_K} \approx 81,28$
- Ziemia i Księżyc są kulami, każda ze sferycznie symetrycznym rozkładem masy.

Pierwsze zadanie wiązki (**zadanie 5.1.**) było zamknięte. Należało w nim ocenić prawdziwość stwierdzeń związanych z oddziaływaniami grawitacyjnymi między Ziemią i Księżycem. To zadanie okazało się jednym z łatwiejszych zadań w arkuszu (poziom wykonania wyniósł 47% a współczynnik korelacji Pearsona 0,51).

**Zadanie 5.2.** było zadaniem otwartym obliczeniowym. Poniżej jego treść:

**Zadanie 5.2. (0–3)**

Na odcinku  $ZK$  – łączącym środek Ziemi ze środkiem Księżyca – znajduje się taki punkt  $P$ , w którym wartość wypadkowej siły grawitacji pochodzącej od Ziemi i od Księżyca, działającej na punkt materialny znajdujący się w punkcie  $P$ , jest równa zero.

**Oblicz odległość punktu  $P$  od środka Ziemi, gdy odległość między środkiem Ziemi a środkiem Księżyca wynosi  $|ZK| = 384\,400$  km. Zapisz obliczenia.**

W celu poprawnego rozwiązania zadania należało: (1) zapisać warunek równowagi sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca z wykorzystaniem poprawnych wzorów na te siły, (2) poprawnie uwzględnić warunki zadania (dotyczące stosunku mas i faktu, że suma odległości od punktu  $P$  do Ziemi i do Księżyca wynosi  $d$ ) oraz (3) doprowadzić do równania, z którego można było bezpośrednio obliczyć odległości punktu  $P$  od środka Ziemi.

Rozwiązanie zadania (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$\left( \frac{GM_Z m}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_K m}{r_{PK}^2} \quad \text{oraz} \quad r_{PK} = d - r_{PZ} \quad \text{oraz} \quad \frac{M_Z}{M_K} \approx 81,28 \right) \rightarrow r_{PZ} \approx 346\,000 \text{ km}$$



Zdający, którzy podjęli się rozwiązania tego zadania najczęściej niepoprawnie zapisywali wzory na siły grawitacji lub nieprawidłowo uwzględniali warunki zadania, w szczególności te dotyczące faktu, że suma odległości od punktu  $P$  do Ziemi i do Księżyca wynosiła  $d$ .

Poniżej przykłady rozwiązań zawierających wspomniane powyżej błędy.

#### Przykład 14 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje równość sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca działających na ciało w punkcie  $P$ . Jednak niepoprawnie zapisuje wzory na te siły – nie uwzględnia w nich masy ciała próbnego, błędnie wpisując masy Ziemi i Księżyca (**zapisy w czerwonej ramce**).

Błędny zapis wzorów na siły grawitacji od Ziemi i Księżyca nie pozwolił zdającemu na dokonanie istotnego postępu prowadzącego do uzyskania poprawnego równania pozwalającego obliczyć odległości punktu  $P$  od środka Ziemi.

Diagram:  $\frac{1}{2} \begin{array}{c} P \\ \hline x \quad 2k-x \end{array}$  (2P) = x

Sily mamy  
na równowagę

$F_{ZP} = F_{PK} \Rightarrow F_{ZP} = F_{PK}$

$G \cdot M_Z \cdot M_K = G \cdot M_Z \cdot M_K$   
 $x^2 = (2k-x)^2$

$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{(2k-x)^2}$

$(2k-x)^2 = x^2$

$4k^2 - 2 \cdot 2k \cdot x + x^2 = x^2$

$4k^2 - 2 \cdot 2k \cdot x = 0 \quad | :2k$

~~2k~~  $|2k| - 2x = 0$

$|2k| = 2x$

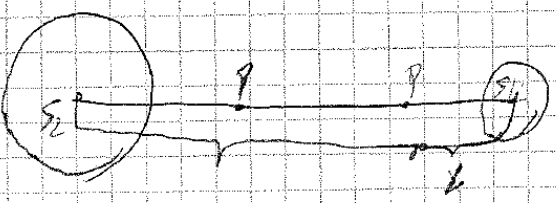
$x = \frac{|2k|}{2}$

$x = 192200 \text{ km}$

## Przykład 15 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje równość sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca działających na ciało w punkcie  $P$ . Jednak niepoprawnie zapisuje wzory na te siły – nie uwzględnia w nich kwadratu odległości punktu  $P$  od środka Ziemi i kwadratu odległości punktu  $P$  od środka Księżyca (**zapisy w czerwonej ramce**).

Błędny zapis wzorów na siły grawitacji od Ziemi i Księżyca nie pozwolił zdającemu na dokonanie istotnego postępu prowadzącego do uzyskania poprawnego równania pozwalającego obliczyć odległości punktu  $P$  od środka Ziemi.



$F_{g2} = F_{g1}$

$M_2 \approx 81,28 M_K$

$\frac{M_2}{x} = \frac{M_K}{385500 - x}$

$\frac{81,28 M_K}{x} = \frac{M_K}{385500 - x}$

$x = 31255,032 - 81,28x$

$x = \frac{31,255032}{82,28}$

$|2P| = 279728,1578 \text{ km}$      $x = 279728,1578 \text{ km}$

•  $x$  - odległość punktu  $P$  od środka Ziemi.

### Przykład 16 – rozwiązania zdających

Zdający zapisuje równość sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca działających na ciało w punkcie  $P$ . Poprawnie wykorzystuje wzory na te siły.

Odległość  $|ZP|$  punktu  $P$  od środka Ziemi zapisuje jako sumę odcinka  $x$  ( $x$  – to u zdającego odległość punktu  $P$  od powierzchni Ziemi) i promienia Ziemi  $R_Z$ . To niepotrzebna komplikacja rachunkowa w rozwiązaniu. Następnie zdający wykorzystuje ten  $x$  do określenia odległości  $PK$  (zapisy w pomarańczowych ramkach).

W efekcie oblicza  $x$  zamiast  $ZP$ , o którym było w poleceniu: **Oblicz odległość punktu  $P$  od środka Ziemi**. Po obliczeniu  $x$  zdający powinien dodać  $R_Z$  – czego nie zrobił. Ponadto zdający popełnił błąd nieuwagi – wynik otrzymał dzieląc wyrażenie przez 10,2 a nie 10,02 (zapisy w czerwonych ramkach).

Zdający w rozwiązaniu zadania wykonał istotny postępowanie oraz pokonał zasadnicze trudności zadania. Jednak z opisanych wyżej powodów nie otrzymał prawidłowego wyniku.

$ZK = 384\,400 \text{ km} = 384,4 \text{ km}$      $384\,400 \cdot 10^3 \text{ m} = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$   
 $PK = 378\,022 - x$   
 $PK = \underbrace{(378\,022 \cdot 10^6)}_b - x$

$R_Z = 6\,378 \cdot 10^6 \text{ m} = 6\,378 \cdot 10^3 \text{ m}$   
 $y = x + R$   
 $y = 340,048 \cdot 10^6 \text{ m}$

$\frac{GM_Z m}{(R_Z + x)^2}$	$=$	$\frac{GM_K m}{(b - x)^2}$
------------------------------	-----	----------------------------

$\frac{M_Z}{M_K} = \frac{(R_Z + x)^2}{(b - x)^2}$   
 $81,28 = \frac{(R_Z + x)^2}{(b - x)^2}$      $\sqrt{\quad}$   
 $9,02 =$   
 $9,02 = \frac{R_Z + x}{b - x}$

$9,02 b - 9,02 x = R_Z + x$   
 $9,02 b - R_Z = 10,02 x$

$10,02 x = 9,02 \cdot 378\,022 \cdot 10^6 - 6\,378 \cdot 10^6$   
 $10,2 x = 340210 \quad 3403,4 \cdot 10^6$

$x \approx 533,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

Omówienie zadania 7.2. ( $\Sigma = 34\%$ ,  $P = 0,31$ ) z wiązki zadań 7.1–7.3.

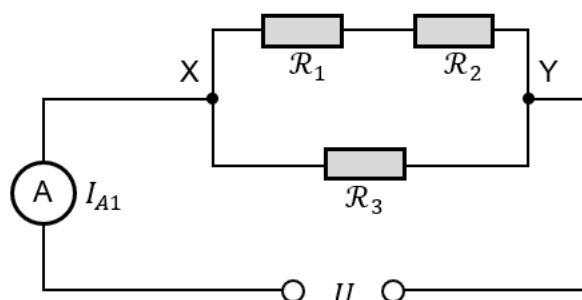
Wiązka zadań 7.1.–7.3. dotyczyła obwodów prądu stałego. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 7.**

Do źródła stałego napięcia  $U$  podłączono trzy identyczne oporniki:  $\mathcal{R}_1$ ,  $\mathcal{R}_2$ ,  $\mathcal{R}_3$ , oraz amperomierz A – w taki sposób, jak pokazano na poniższym schemacie obwodu elektrycznego (zobacz rysunek 1.). Opór każdego opornika jest stały i równy  $R$ :

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

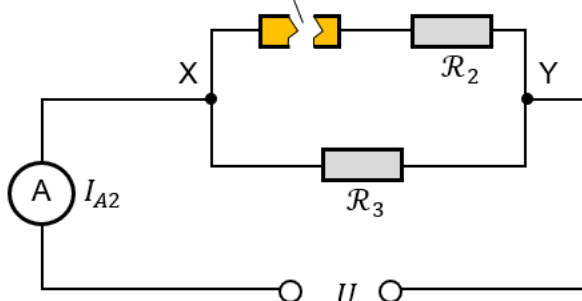
Rysunek 1.



W pewnym momencie opornik  $\mathcal{R}_1$  uległ uszkodzeniu, a obwód w tym miejscu został przerwany (zobacz rysunek 2.).

*uszkodzenie  $\mathcal{R}_1$ , przerwa w obwodzie*

Rysunek 2.



Napięcie  $U$  zasilające obwód jest takie samo w obu opisanych powyżej sytuacjach. Opór wewnętrzny amperomierza A i źródła napięcia oraz opór przewodów pomijamy.

Pierwsze zadanie (**zadanie 7.1.**) tej wiązki było zadaniem zamkniętym, należało w nim ocenić prawdziwość stwierdzeń dotyczących zależności pomiędzy napięciem i natężeniami prądu płynącego przez poszczególne oporniki w sytuacji przedstawionej na rysunku 1. Zadanie to okazało się siódmym pod względem łatwości zadaniem w arkuszu (poziom wykonania 56%, współczynnik korelacji 0,44).

Z kolei **zadanie 7.2.** okazało się być siódmym pod względem trudności zadaniem. Uzyskało poziom wykonania 34% i współczynnik korelacji Pearsona 0,31. Zadanie to również było zamkniętym, nie-obliczeniowym, w którym zdający wybierał jedną odpowiedź spośród podanych oraz poprawne uzasadnienie tej odpowiedzi.



Poniżej treść zadania:

**Zadanie 7.2. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.**

Moc cieplna wydzielana na oporniku  $\mathcal{R}_3$  po przerwaniu obwodu (rysunek 2.), w porównaniu do mocy cieplnej wydzielanej na oporniku  $\mathcal{R}_3$  w sytuacji początkowej (rysunek 1.), była

<b>A.</b>	większa,	ponieważ napięcie między zaciskami X oraz Y	<b>1.</b>	się nie zmieniło.
<b>B.</b>	mniejsza,		<b>2.</b>	wzrosło.
<b>C.</b>	taka sama,		<b>3.</b>	zmałało.

W celu udzielenia poprawnej odpowiedzi należało przeanalizować związek mocy  $P$  wydzielonej na oporniku  $\mathcal{R}_3$  z napięciem i wartością oporu tego opornika  $\left(P = \frac{U_3^2}{R_3}\right)$ .

Po uwzględnieniu dwóch faktów:

(1) wartość oporu opornika  $\mathcal{R}_3$  się nie zmienia oraz

(2) napięcie na oporniku  $\mathcal{R}_3$  było równe napięciu źródła  $U_3 = U$

wniosujemy, że moc cieplna wydzielana na oporniku  $\mathcal{R}_3$  w obu rozpatrywanych sytuacjach była taka sama. Zatem poprawna odpowiedź do zadania to C1.

Niepoprawne odpowiedzi zdających wynikały z nieprawidłowej analizy zależności mocy od napięcia na oporniku  $\mathcal{R}_3$  oraz oporu opornika  $\mathcal{R}_3$ .

Poniżej przykłady niepoprawnych rozwiązań.

**Przykład 17 – rozwiązania zdających**

Moc cieplna wydzielana na oporniku  $\mathcal{R}_3$  po przerwaniu obwodu (rysunek 2.), w porównaniu do mocy cieplnej wydzielanej na oporniku  $\mathcal{R}_3$  w sytuacji początkowej (rysunek 1.), była

<del>A.</del>	większa,	ponieważ napięcie między zaciskami X oraz Y	<del>1.</del>	się nie zmieniło.
<del>B.</del>	mniejsza,		<b>2.</b>	wzrosło.
<del>C.</del>	taka sama,		<b>3.</b>	zmałało.

## Przykład 18 – rozwiązania zdających

**Zadanie 7.2. (0–1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

$$P = I^2 R t$$

Moc cieplna wydzielana na oporniku  $R_3$  po przerwaniu obwodu (rysunek 2.), w porównaniu do mocy cieplnej wydzielanej na oporniku  $R_3$  w sytuacji początkowej (rysunek 1.), była

Przed prze-  
wiedzeniem  
nie  
przepiętów  
więcej niż  
ma rozprę-  
żenie  $I_2$   $I_3$   
więcej  
prędkości  
przez  $R_3$

<input checked="" type="checkbox"/>	większa,	ponieważ napięcie między zaciskami X oraz Y	1.	się nie zmieniło.
<input type="checkbox"/>	mniejsza,		<input checked="" type="checkbox"/>	wzrosło.
<input type="checkbox"/>	taka sama,		3.	zmałało.

**Zadanie 7.3. (0–3)**Natężenie prądu, jakie wskazuje amperomierz A przed przerwaniem obwodu (rysunek 1.), oznaczmy jako  $I_{A1}$ . Natężenie prądu, jakie wskazuje amperomierz A po przerwaniu obwodu (rysunek 2.), oznaczmy jako  $I_{A2}$ .

## Przykład 19 – rozwiązania zdających

Moc cieplna wydzielana na oporniku  $R_3$  po przerwaniu obwodu (rysunek 2.), w porównaniu do mocy cieplnej wydzielanej na oporniku  $R_3$  w sytuacji początkowej (rysunek 1.), była

<input type="checkbox"/>	większa,	ponieważ napięcie między zaciskami X oraz Y	1.	się nie zmieniło.
<input checked="" type="checkbox"/>	mniejsza,		2.	wzrosło.
<input type="checkbox"/>	taka sama,		<input checked="" type="checkbox"/>	zmałało.

Ostatnie zadanie wiązki (**zadanie 7.3.**) osiągnęło poziom wykonania 44% i współczynnik korelacji z arkuszem 0,77. Zadanie to było otwarte i należało w nim obliczyć iloraz natężenia prądu  $I_{A1}$  jakie wskazywał amperomierz A przed przerwaniem obwodu i natężenia prądu  $I_{A2}$ , jakie wskazywał amperomierz A po przerwaniu obwodu. Zobacz rozwiązanie zadania 7.3. w [Zasadach oceniania rozwiązań zadań](#), na stronach 34.– 35.

### 3. Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej

W dalszej części przeanalizujemy te zadania, które okazały się dla zdających najłatwiejsze. Przyjmujemy do analizy, że są to zadania, których poziom wykonania jest wyższy od 60%.

Licząc kolejno od najłatwiejszego, są to zadania:

1. Zadanie 11.1. (68%, 0,46, fizyka jądrowa, zadanie otwarte z luką)
2. Zadanie 4.1. (68%, 0,52, fale dźwiękowe (efekt Dopplera), zadanie zamknięte)
3. Zadanie 3.2. (66%, 0,57, dynamika drgania punktu materialnego, zadanie otwarte z luką)
4. Zadanie 1.2. (64%, 0,73, dynamika punktu materialnego, zadanie otwarte z luką).

#### Omówienie zadania 11.1. (68%, 0,46) z wiązki zadań 11.1.–11.3.

Wiązka zadań 11.1–11.3. odnosiła się do zagadnień związanych z fizyką jądrową. Wszystkie te zadania zostaną szczegółowo omówione wraz z analizą rozwiązań zdających w dalszej części niniejszego opracowania w rozdziale 2. Problem „pod lupą” ([zobacz tutaj](#)).

W tym miejscu zasygnalizujemy tylko, że zadanie 11.1. było zadaniem otwartym z luką i okazało się najłatwiejszym zadaniem w arkuszu – jego poziom wykonania wyniósł 68%, a współczynnik korelacji z arkuszem wyniósł 0,46.

#### Omówienie zadania 4.1. (68%, 0,52) z wiązki zadań 4.1.–4.2.

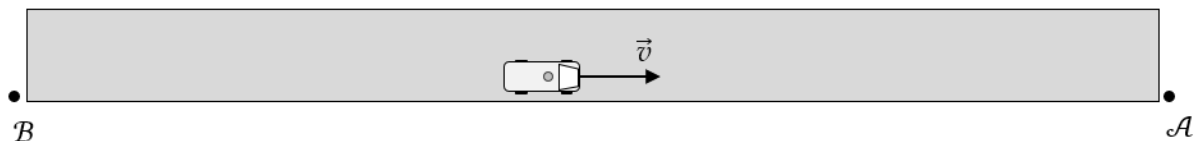
Wiązka zadań 4.1.–4.2. dotyczyła zjawiska Dopplera.

Wstęp do wiązki zadań był następujący:

#### Zadanie 4.

Ambulans z włączoną syreną dźwiękową jedzie wzdłuż prostego odcinka drogi. Przez pewien czas porusza się wzdłuż prostej pomiędzy obserwatorami  $B$  oraz  $A$ , którzy stoją przy drodze (zobacz rysunek poniżej). Prędkość ambulansu oznaczmy jako  $\vec{v}$ .

Do obserwatora  $A$ , do którego zbliża się ambulans, dociera dźwięk o długości fali  $\lambda_A$ .  
Do obserwatora  $B$ , od którego oddala się ambulans, dociera dźwięk o długości fali  $\lambda_B$ .



Przyjmij model zjawiska, w którym częstotliwość dźwięku wytwarzanego przez głośnik syreny ambulansu (źródło dźwięku) była stała i wynosiła  $f_0$  (tzn. membrana głośnika syreny drgała z częstotliwością  $f_0$ ). Pomiń inne źródła dźwięku.

Zadanie 4.1 było drugim pod względem łatwości zadaniem w arkuszu (poziom wykonania wyniósł 68%, współczynnik korelacji Pearsona był równy 0,52). W zadaniu należało dokonać jakościowej – tzn. bez wykonywania obliczeń – analizy zjawiska.

Poniżej treść zadania:

**Zadanie 4.1. (0–2)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz **P**, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

1.	Obserwator $B$ słyszy dźwięk syreny o częstotliwości mniejszej od $f_0$ .	<b>P</b>	<b>F</b>
2.	Gdy ambulans oddala się od obserwatora $B$ i jednocześnie hamuje, to $B$ słyszy dźwięk o rosnącej częstotliwości.	<b>P</b>	<b>F</b>
3.	Gdy ambulans oddala się od obserwatora $B$ i jednocześnie przyspiesza, to $B$ słyszy dźwięk o malejącej częstotliwości.	<b>P</b>	<b>F</b>

W celu poprawnego rozwiązania zadania wystarczyło np. przeanalizować wzór Dopplera w przypadku, gdy źródło dźwięku oddala się od obserwatora:

$$f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \frac{v}{v_d}\right)$$

Na podstawie powyższego wzoru można łatwo określić, jak zachowuje się częstotliwość  $f_B$  gdy  $v$  się zwiększa lub zmniejsza. Analizę można było przeprowadzić także bez używania wzoru. W tym celu wystarczyło wiedzieć, że częstotliwość dźwięku odbierana przez nieruchomego obserwatora ( $f_B$ ) – dźwięku wysyłanego przez oddalające się źródło – jest mniejsza od częstotliwości źródła ( $f_0$ ). W związku z tym, gdy źródło hamuje, to  $f_B$  musi rosnać do wartości  $f_0$ .

Stosunkowo wysoki poziom wykonania zadania – 68% – świadczy o dostatecznym rozumieniu zagadnienia przez zdających.

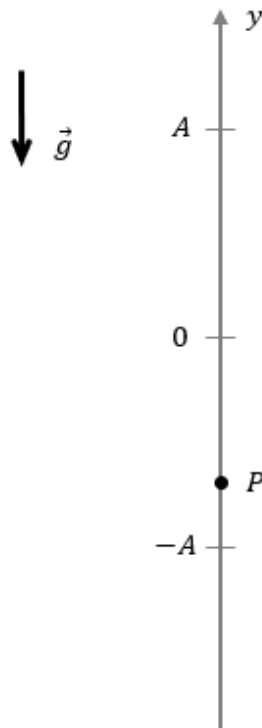
W drugim zadaniu wiązki (**zadanie 4.2.**) należało obliczyć wartość prędkości ambulansu w czasie jego ruchu jednostajnie prostoliniowego pomiędzy obserwatorami  $B$  oraz  $A$ . Zadanie to osiągnęło poziom wykonania 43% i bardzo wysoki współczynnik korelacji Pearsona 0,82.

**Omówienie zadania 3.2. (66%, 0,57,) z wiązki zadań 3.1.–3.3.**

Trzecim pod względem łatwości (poziom wykonania 66%) zadaniem w arkuszu było **zadanie 3.2.** Wchodziło ono w skład wiązki zadań 3.1.–3.3. ([zobacz tutaj opis wiązki](#)), dotyczących ruchu drgającego prostego. W tym otwartym zadaniu z luką należało narysować wektory sił działających na ciężarek z zachowaniem zwrotów i relacji między siłami:

**Zadanie 3.2. (0–2)**

Siły działające na ciężarek się równoważą, gdy ciężarek znajduje się w punkcie o współrzędnej  $y = 0$ , natomiast najwyższe i najniższe położenia ciężarka znajdują się – odpowiednio – w punktach o współrzędnych:  $y = A$  oraz  $y = -A$ . W pewnej chwili ruchu drgającego ciężarek znalazł się w punkcie  $P$  (zobacz schematyczny rysunek poniżej).



Na rysunku powyżej narysuj i podpisz siłę sprężystości  $\vec{F}_s$  i siłę grawitacji  $\vec{F}_g$  działające na ciężarek w punkcie  $P$ . Zachowaj relację (większy, równy, mniejszy) między wartościami tych sił i zapisz tę relację – wpisz w wykropkowane miejsce poniżej odpowiedni znak wybrany spośród:  $>$ ,  $=$ ,  $<$ .

$$F_s \dots\dots\dots F_g$$

Żeby poprawnie rozwiązać zadanie należało skorzystać z następujących własności:

- 1) siła sprężystości ma zwrot przeciwny do zwrotu wektora wychylenia od długości swobodnej (czyli w tej sytuacji w górę)
- 2) siła grawitacji ma zwrot w dół (jak oznaczony na rysunku wektor  $\vec{g}$ )

- 3) w punkcie równowagi  $y = 0$  wartość siły grawitacji jest równa wartości siły sprężystości  
 4) siła wypadkowa (poza punktem  $y = 0$ ) ma zwrot zgodny ze zwrotem wektora przyśpieszenia, czyli ma zwrot przeciwny do zwrotu wektora wychylenia od punktu równowagi sił (w tej sytuacji w górę).

Z punktów 1) –3) wynika, że siła sprężystości skierowana jest do góry, a jej wartość jest większa od wartości siły grawitacji. Zwróćmy uwagę, że oprócz narysowania wektorów sił z zachowaniem odpowiednich zwrotów i relacji między długościami tych wektorów, zdający miał uzupełnić algebraiczną relację – należało wpisać odpowiedni znak (wybrany spośród  $>$  albo  $=$  albo  $<$ ) pomiędzy wartościami sił. Zabieg ten miał weryfikować, czy zdający poprawnie wiąże długość wektora reprezentującego graficznie siłę z wartością tego wektora.

Obok poprawne rozwiązanie zadania.

Błędy popełniane przez zdających związane były zazwyczaj z niepoprawnym określeniem relacji między wartościami sił na rysunku lub niepoprawnym uzupełnieniem relacji algebraicznej.

**Rozwiązanie**

$F_s > F_g$

**Przykład 20 – rozwiązania zdających**

Zdający poprawnie rysuje wektory sił, jednak nie uzupełnia relacji algebraicznej między wartościami sił.

**Przykład 21 – rozwiązania zdających**

Zdający niepoprawnie określa relacje między wartościami sił na rysunku i za pomocą nierówności.

Odp.  $F_s < F_g$



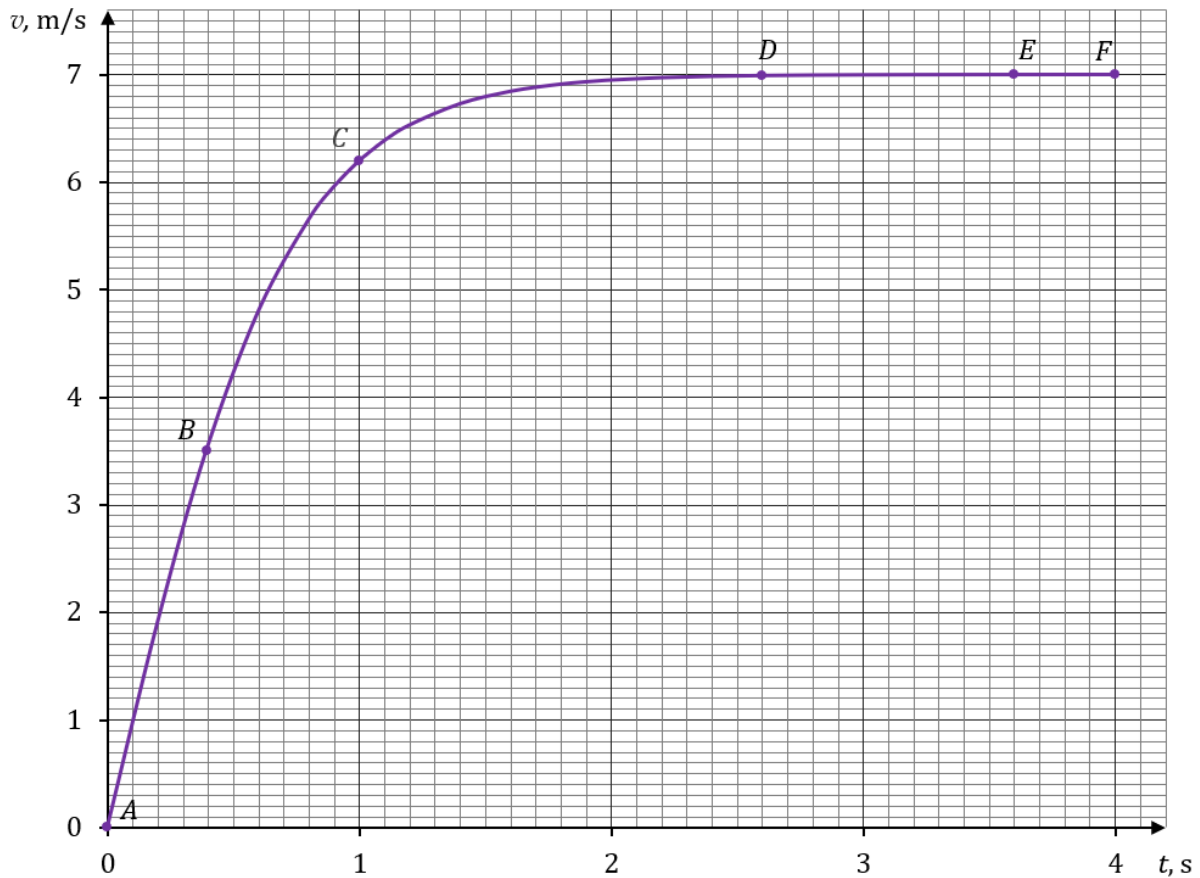
**Omówienie zadania 1.2. (64%, 0,73,) z wiązki zadań 1.1.–1.3.**

Wiązka **zadań 1.1.–1.3.** dotyczyła zagadnień związanych z dynamiką punktu materialnego. Wstęp do wiązki zadań był następujący:

**Zadanie 1.**

Kropla wody oderwała się od dachu budynku w chwili  $t_A$  i następnie opadała pionowo w powietrzu. Na poniższym wykresie przedstawiono zależność wartości  $v$  prędkości kropli od czasu  $t$  od chwili  $t_A = 0$  s do chwili  $t_F = 4$  s, w której kropla uderzyła o podłoże.

Na wykresie oznaczono wybrane punkty:  $A, B, C, D, E, F$ . Ruch kropli opisujemy w układzie odniesienia związanym z ziemią i zakładamy, że jest to układ inercjalny.



Do analizy zagadnienia przyjmij uproszczony model zjawiska, w którym:

- podczas opadania kropli działają na nią dwie siły: siła oporu powietrza  $\vec{F}_o$  oraz siła grawitacji  $\vec{F}_g$  (pomijamy siłę wyporu aerostatycznego)
- kropla jest kulą o promieniu  $R$ , a jej masa się nie zmienia
- wartość siły oporu działającej na kroplę wyraża się wzorem:

$$F_o = k\rho_p S v^2$$

gdzie  $k$  jest pewnym współczynnikiem,  $\rho_p$  jest gęstością powietrza,  $S$  jest polem przekroju poprzecznego przez środek kropli,  $v$  jest wartością prędkości kropli

- ruch kropli od chwili  $t_D$  traktujemy jako jednostajny prostoliniowy, czyli przyjmij, że część  $DF$  wykresu jest poziomym odcinkiem.



Pierwsze zadanie (**zadanie 1.1.**) tej wiązki było zadaniem zamkniętym, nie-obliczeniowym, w którym zdający wybierał jedną odpowiedź spośród podanych oraz poprawne uzasadnienie tej odpowiedzi. Uzyskało poziom wykonania 51% i współczynnik korelacji Pearsona 0,71.

**Zadanie 1.2.** okazało się być czwartym pod względem łatwości zadaniem w arkuszu (poziom wykonania 64%). Zadanie to było zadaniem otwartym z luką.

Poniżej treść zadania:

**Zadanie 1.2. (0–3)**

Punkt  $K$  na diagramach 1.–2. reprezentuje kroplę. Długość boku kratki na każdym diagramie odpowiada umownej jednostce siły. Na diagramach 1.–2. narysowano siłę grawitacji działającą na kroplę, natomiast nie narysowano siły oporu  $\vec{F}_o$ .

**Na diagramie 1. narysuj i oznacz siłę oporu  $\vec{F}_{oE}$  przyłożoną w punkcie  $K$ , działającą na kroplę w chwili  $t_E = 3,6$  s. Na diagramie 2. narysuj i oznacz siłę oporu  $\vec{F}_{oB}$  przyłożoną w punkcie  $K$ , działającą na kroplę w chwili  $t_B = 0,4$  s.**

**Zachowaj odpowiednie kierunki, zwroty oraz dokładne długości wektorów, odpowiadające wartościom tych sił. Wykorzystaj fakt, że wartość siły oporu jest wprost proporcjonalna do kwadratu wartości prędkości kropli:  $F_o \propto v^2$ .**

Diagram 1. ( $t_E = 3,6$  s)

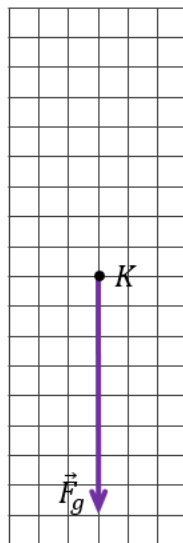
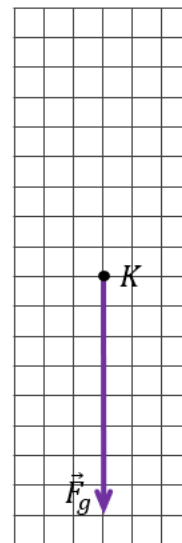


Diagram 2. ( $t_B = 0,4$  s)



Aby poprawnie narysować na Diagramie 1. siłę oporu  $\vec{F}_{oE}$  działającą na kroplę w chwili  $t_E = 3,6$  s należało przeanalizować wykres  $v(t)$  i skorzystać z następujących własności:

- 1) siła oporu ma zwrot przeciwny do zwrotu prędkości (oraz do zwrotu siły grawitacji)
- 2) w chwili  $t_E = 3,6$  s ruch kropli jest jednostajny prostoliniowy, zatem siła grawitacji równoważy siłę oporu.

Z punktów 1) i 2) wynika, że wartości sił: grawitacji i oporu są w chwili  $t_E = 3,6$  s takie same, a ich zwroty są przeciwne.

Aby poprawnie narysować na Diagramie 2. siłę oporu  $\vec{F}_{oB}$  działającą na kroplę w chwili  $t_B = 0,4$  s należało posłużyć się wykresem  $v(t)$  oraz skorzystać z warunków zadania:

1) w chwili  $t_E$ , wartość siły grawitacji jest równa wartości siły oporu, zatem:

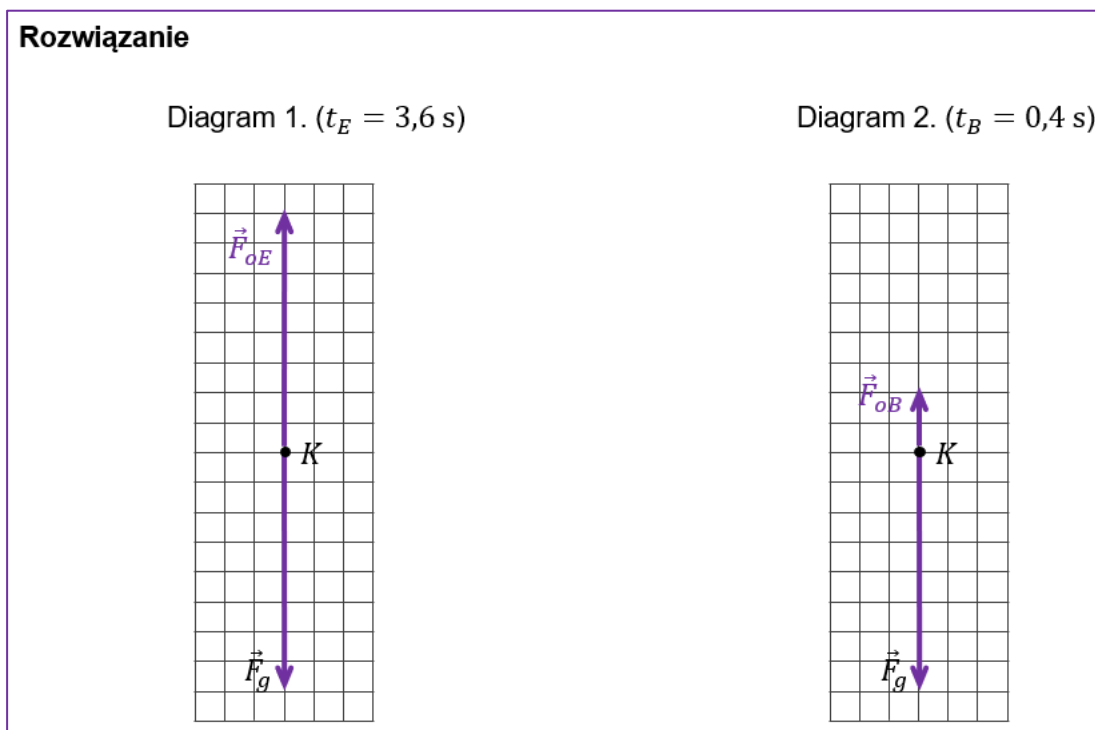
$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \frac{F_{oE}}{F_{oE}}$$

2) wartość siły oporu jest proporcjonalna do kwadratu prędkości kropli, zatem:

$$\frac{F_{oB}}{F_{oE}} = \left(\frac{v_B}{v_E}\right)^2 = \left(\frac{3,5 \text{ m/s}}{7,0 \text{ m/s}}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{F_{oB}}{F_g} = \frac{1}{4}$$

Z punktów 1) i 2) wynika, że długość wektora siły oporu  $\vec{F}_{oB}$  działającą na kroplę w chwili  $t_B = 0,4$  s stanowi 1/4 długości wektora siły grawitacji.

Poniżej poprawne rozwiązanie zadania.



Błędy popełniane przez zdających najczęściej związane były z niepoprawnym określeniem relacji między wartościami sił na Diagramach 1. i 2.

### Przykład 22 – rozwiązania zdających

Zdający błędnie rysuje na diagramie 1. siłę oporu w chwili  $t_E$ . Siła ta powinna mieć tę samą wartość co siła grawitacji.

Na diagramie 2. zdający rysuje siłę oporu w chwili  $t_B$  o wartości mniejszej od wartości siły grawitacji. Zachowuje on relację między siłami (siła oporu ma rzeczywiście mniejszą wartość), jednak nie zachowuje poprawnej wartości siły (poprawna wartość to 2 umowne jednostki siły).

Diagram 1. ( $t_E = 3,6$  s)

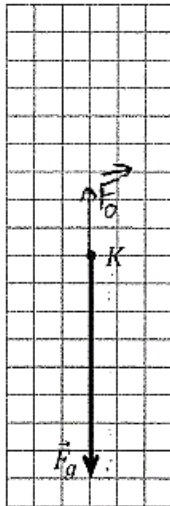
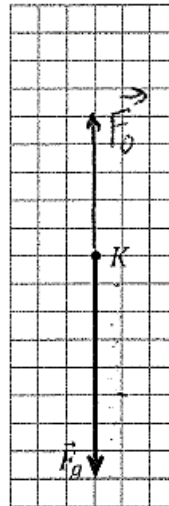


Diagram 2. ( $t_B = 0,4$  s)



### Przykład 23 – rozwiązania zdających

Zdający poprawnie rysuje na diagramie 1. siłę oporu w chwili  $t_E$  o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę.

Na diagramie 2. zdający rysuje siłę oporu w chwili  $t_B$  o wartości mniejszej od wartości siły grawitacji. Zachowuje on relację między siłami (siła oporu ma rzeczywiście mniejszą wartość), jednak nie zachowuje poprawnej wartości siły (poprawna wartość to 2 umowne jednostki siły).

Diagram 1. ( $t_E = 3,6$  s)

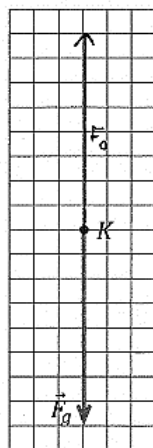
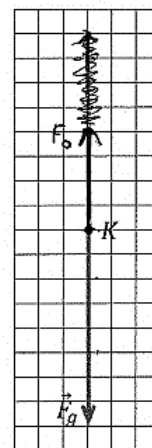


Diagram 2. ( $t_B = 0,4$  s)



## 4. Problem pod lupą

### Fizyka jądrowa

Zadania z fizyki jądrowej pojawiają się na każdym egzaminie maturalnym. Tematyka tych zadań skupia się na kilku obszarach przedstawionych w różnych kontekstach. Są to:

- i. zagadnienia związane ze statystycznymi prawami rozpadu promieniotwórczego
- ii. zagadnienia związane z opisem procesów / reakcji jądrowych na poziomie fundamentalnym, z uwzględnieniem odpowiednich zasad zachowania
- iii. zagadnienia związane z bilansem energii wszelkich procesów jądrowych (wszelkie rozpady, rozszczepienia, fuzje, i inne) z wykorzystaniem równoważności masy i energii spoczynkowej lub równoważności między zmianą masy układu i energią dostarczoną / wydzieloną w danym procesie jądrowym.

Zadania z fizyki jądrowej sprawdzają opanowanie następujących wymagań szczegółowych:

#### XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Zdający:

2. posługuje się związkami między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej;
3. opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej [...];
4. posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron;
5. opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej;
6. zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku;
7. stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; posługuje się pojęciem energii wiązania;
8. oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania;
9. wymienia właściwości promieniowania jądrowego; opisuje rozpady alfa, beta ( $\beta^+$ ,  $\beta^-$ );
10. posługuje się pojęciem jądra stabilnego i niestabilnego; opisuje powstawanie promieniowania gamma;
11. opisuje przypadkowy charakter rozpadu jąder atomowych;
12. opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu;
13. opisuje reakcję rozszczepienia jądra uranu  $^{235}\text{U}$  zachodzącą w wyniku pochłonięcia neutronu.

W arkuszu maturalnym z fizyki w roku 2024 wiązka **zadań 11.1.–11.3.** obejmowała kolejno aspekty fizyki jądrowej opisane powyżej w obszarach i.–iii., w kontekście rozpadu promieniotwórczego  $\beta^+$  izotopu fluoru  $^{18}\text{F}$ . Wstęp do wiązki zadań był następujący:

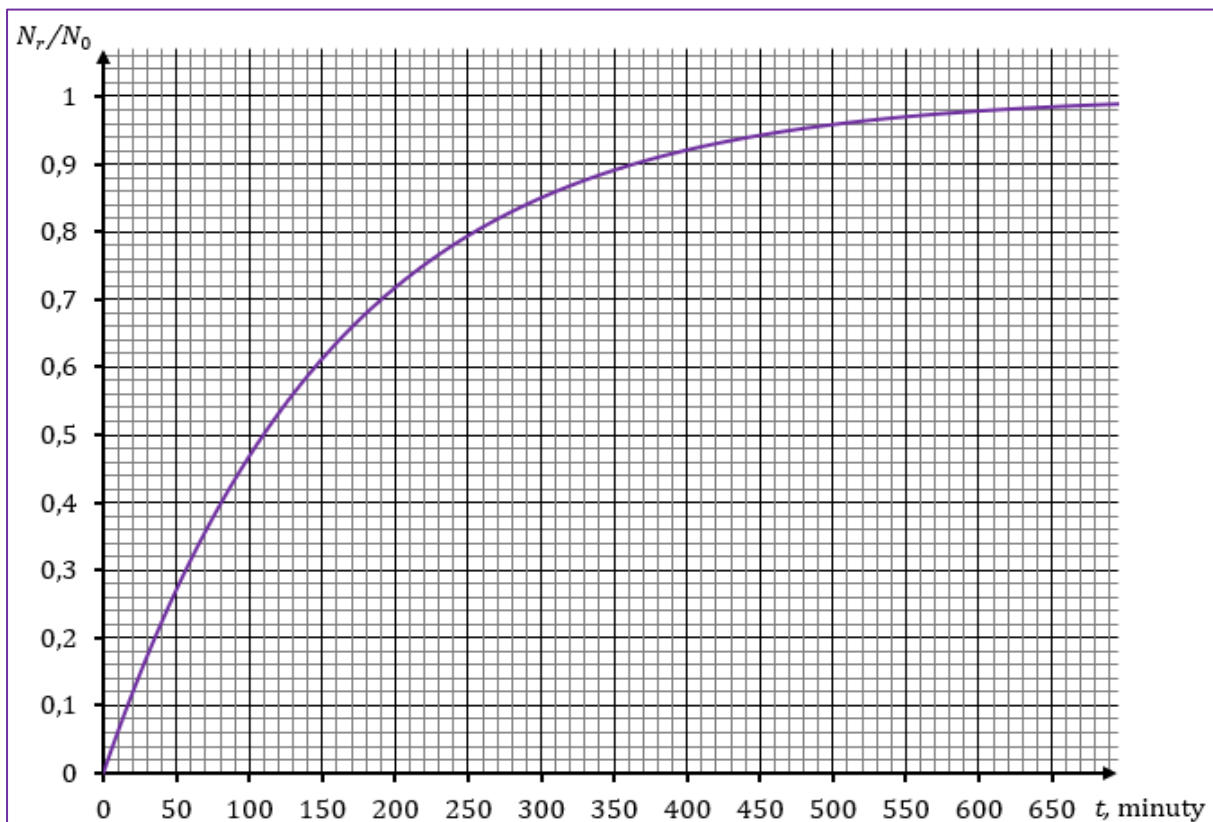
**Zadanie 11.**

Izotop fluoru  $^{18}_9\text{F}$  ulega rozpadowi promieniotwórczemu w wyniku przemiany  $\beta^+$ . Podczas rozpadu jądra tego izotopu fluoru powstają: cząstka  $\beta^+$ , jądro pewnego pierwiastka, który oznaczymy jako X, oraz tzw. neutrino elektronowe  $\nu$ . Neutrino ma zerowy ładunek elektryczny, a jego masę możemy pominąć.

Masy jąder i cząstek uczestniczących w opisanym rozpadzie  $\beta^+$ , wyrażone w jednostkach atomowych, mają następujące wartości:

$m_{\text{F}} = 17,99600 \text{ u}$	– masa jądra fluoru $^{18}_9\text{F}$
$m_{\text{X}} = 17,99477 \text{ u}$	– masa powstałego jądra
$m_{\beta} = 0,00055 \text{ u}$	– masa cząstki $\beta^+$
$m_{\nu} = 0,00000 \text{ u}$	– masę neutrino pomijamy.

**Zadanie 11.1.** dotyczyło statystycznego prawa rozpadu promieniotwórczego. Do zadania podany był wykres zależności ułamka  $\frac{N_r}{N_0}$  liczby jąder, które uległy rozpadowi  $\beta^+$ , od czasu:



Plecenie było następujące:

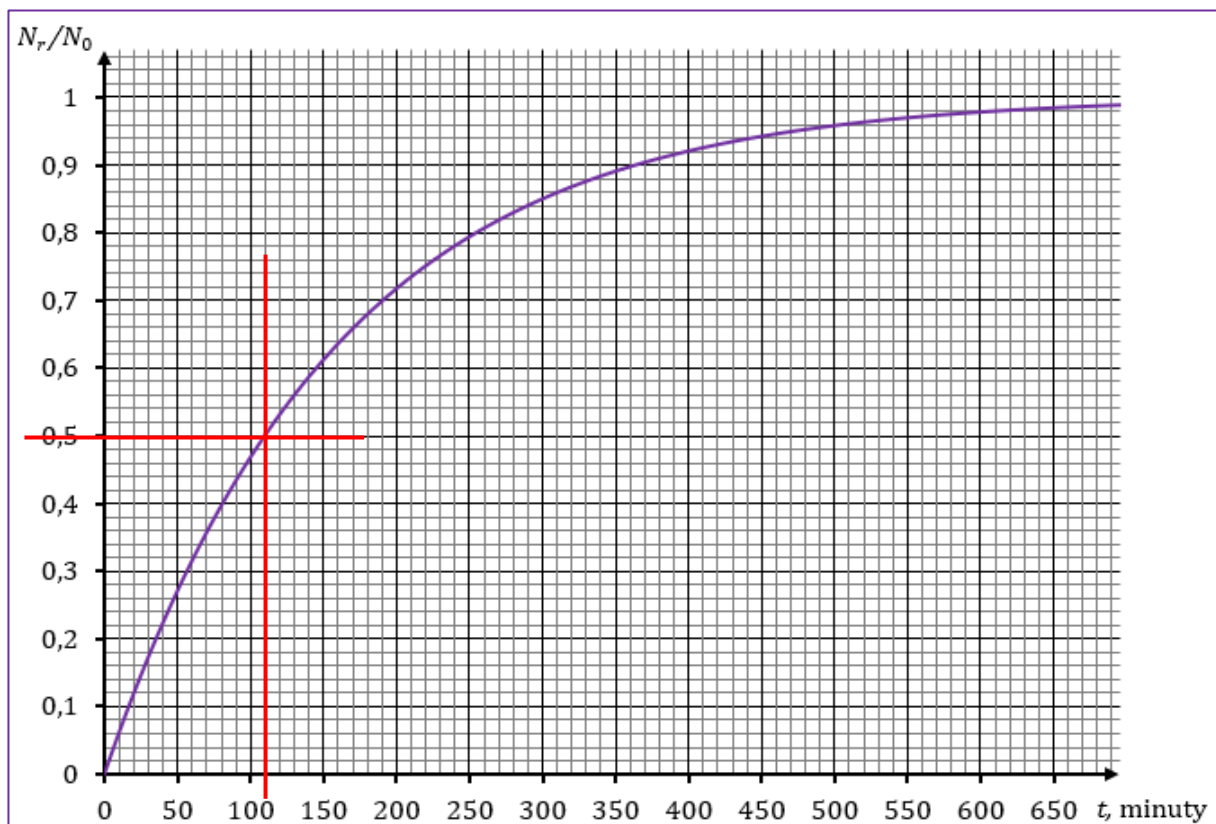
**Zadanie 11.1. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Wpisz właściwą liczbę w wy kropkowane miejsce.**

Czas połowicznego rozpadu jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  wynosi ..... minut.

Żeby rozwiązać to zadanie należało dobrze rozumieć pojęcie czasu połowicznego rozpadu. Czas połowicznego rozpadu dla pewnego promieniotwórczego izotopu pierwiastka X to czas, po którym w próbce zawierającej jądra pierwiastka X pozostanie połowa z nich – licząc od pewnej dowolnej chwili początkowej.

Pewnym utrudnieniem w tym zadaniu było podanie zależności od czasu ułamka jąder, które uległy rozpadowi, podczas gdy definicja czasu połowicznego rozpadu odnosi się do ułamka jąder pozostających w próbce. Prosta analiza pozwala określić czas połowicznego rozpadu także na podstawie wykresu zależności ułamka rozpadniętych jąder: gdy rozpadnie się połowa jąder pierwiastka X, to oznacza, że w próbce pozostanie połowa nierozpadniętych jąder pierwiastka X. Żeby rozwiązać to zadanie należało odczytać z wykresu czas, po jakim rozpadnie się połowa jąder izotopu fluoru  $^{18}_9\text{F}$ .



Z wykresu odczytujemy, że czas połowicznego rozpadu wynosi  $T = 110$  minut.

**Zadanie 11.1.** okazało się dla zdających najłatwiejsze w arkuszu. Jego poziom wykonania wyniósł 68% a współczynnik korelacji liniowej Pearsona wyniósł 0,46. To oznacza, że zadanie różnicowało zdających, ale w sposób umiarkowany.

Zdający, którzy podjęli rozwiązanie w większości podawali poprawną odpowiedź. Nieliczne błędy w tym zadaniu wynikały z nieprawidłowego lub niedokładnego odczytania czasu z wykresu albo ze zbyt dużego przybliżenia.



W niektórych przypadkach błędy były również efektem niezrozumienia lub nieznajomości pojęcia czasu połowicznego rozpadu. Poniżej przykłady takich błędnych rozwiązań.

#### Przykład 24 – rozwiązania zdających

Zdający błędnie podaje jako czas połowicznego rozpadu 27 minut.

Wynika to z niezrozumienia pojęcia czasu połowicznego rozpadu. Trudno nawet odgadnąć błąd prowadzący do otrzymania tej wartości (czyżby  $18+9$  ??).

Czas połowicznego rozpadu jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  wynosi .....27..... minut.

#### Przykład 25– rozwiązania zdających

Zdający błędnie podaje jako czas połowicznego rozpadu 325 minut.

Wynika to z niezrozumienia pojęcia czasu połowicznego rozpadu. Zdający błędnie rozumie czas połowicznego rozpadu jako połowę czasu podanego na wykresie (650 minut) zależności  $N_r/N_0(t)$ .

Czas połowicznego rozpadu jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  wynosi .....325..... minut.

#### Przykład 26 – rozwiązania zdających

Zdający błędnie podaje jako czas połowicznego rozpadu 650 minut.

Wynika to z niezrozumienia pojęcia czasu połowicznego rozpadu. Zdający błędnie rozumie czas połowicznego rozpadu jako czas podany na wykresie (650 minut) zależności  $N_r/N_0(t)$ .

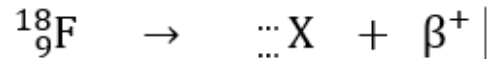
Czas połowicznego rozpadu jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  wynosi ...650..... minut.

**Zadanie 11.2.** dotyczyło opisu rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  za pomocą odpowiedniego równania. Sprawdzało także umiejętność posługiwania się tablicami fizycznymi i chemicznymi w broszurze *Wybrane wzory i stałe fizykochemiczne na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*. Poniżej treść zadania.

**Zadanie 11.2. (0–2)**

Poniżej przedstawiono schemat rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  ${}^{18}_9\text{F}$ .

W schemacie rozpadu pominięto cząstkę neutrino.



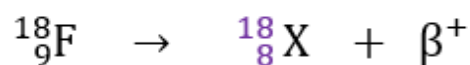
gdzie X oznacza jądro pierwiastka .....

Uzupełnij powyższy schemat tak, aby powstało równanie rozpadu  $\beta^+$ .

Wpisz w wykropkowane miejsca w schemacie właściwe liczby: atomową i masową, a pod schematem – symbol (lub nazwę) pierwiastka, którego jądro powstaje w tym rozpadzie.

Poprawne rozwiązanie zadania wymagało: 1) zastosowania zasady zachowania liczby nukleonów, 2) zastosowania zasady zachowania ładunku 3) znajomości charakterystyki cząstki  $\beta^+$  – że nie jest nukleonem i ma ładunek elementarny dodatni. Po uzupełnieniu liczby masowej i atomowej pierwiastka X należało zidentyfikować go w układzie okresowym pierwiastków.

Poprawne rozwiązanie wygląda następująco:

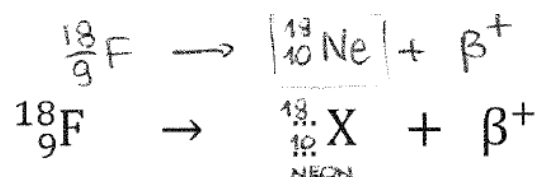


gdzie X oznacza jądro pierwiastka  ${}^{18}_8\text{O}$  lub O lub tlen

Zdający zazwyczaj poprawnie rozwiązywali zadanie. Błędy zdających, takie jak wpisanie niepoprawnej liczby atomowej lub masowej, wiązały się z nieznaną podstawową charakterystyką cząstki  $\beta^+$  (np. błędnie potraktowanej jako nukleon) lub nieprawidłowym zastosowaniem zasady zachowania nukleonów lub zasady zachowania ładunku.

**Przykład 27 – rozwiązania zdających**

Zdający podaje dwa rozwiązania, z których każde jest błędne. W jednym z nich (tam gdzie uzupełnia równanie) zwiększa o jeden liczbę atomową jądra pierwiastka X, a w drugim rozwiązaniu zwiększa o jeden zarówno liczbę masową jak i atomową jądra pierwiastka X. Rozwiązanie podane przez zdającego świadczy o braku znajomości podstawowej charakterystyki cząstki  $\beta^+$  (że ma ładunek elementarny dodatni i nie jest nukleonem).

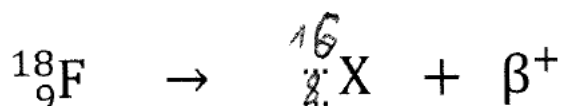


gdzie X oznacza jądro pierwiastka ...neonu...

**Przykład 28 – rozwiązania zdających**

Zdający wpisuje niepoprawną liczbę masową pierwiastka X. Natomiast wpisuje poprawną liczbę atomową pierwiastka X oraz poprawnie identyfikuje tlen jako pierwiastek, którego jądro powstaje w wyniku opisanego rozpadu.

Rozwiązanie podane przez zdającego świadczy o braku znajomości podstawowej charakterystyki cząstki  $\beta^+$ . Z błędnie uzupełnionego równania wynika, że zdający potraktował cząstkę beta, jako złożoną z dwóch nukleonów.

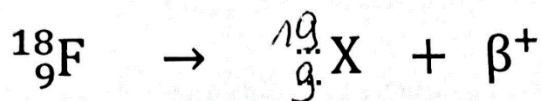


gdzie X oznacza jądro pierwiastka .....*O*.....

**Przykład 29 – rozwiązania zdających**

Zdający wpisuje niepoprawną liczbę atomową i niepoprawną liczbę masową pierwiastka X.

Rozwiązanie podane przez zdającego świadczy o braku znajomości podstawowej charakterystyki cząstki  $\beta^+$  oraz/lub o znaczeniu liczby atomowej i liczby masowej.



gdzie X oznacza jądro pierwiastka .....*fluor*.....

**Zadanie 11.2.** okazało się dla zdających piątym pod względem łatwości w arkuszu. Jego poziom wykonania wyniósł 58% a współczynnik korelacji liniowej Pearsona wyniósł 0,63. To oznacza, że zadanie dobrze różnicowało zdających.

**Zadanie 11.3.** uzyskało poziom wykonania 31% oraz współczynnik korelacji Pearsona równy 0,73. Dane te świadczą o tym, że zadanie było szóstym pod względem trudności w arkuszu, a ponadto bardzo dobrze różnicowało zdających.

W zadaniu należało obliczyć energię wydzielaną w reakcji rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ .  
Poniżej treść zadania:

**Zadanie 11.3. (0–3)**

Masy jąder i cząstek uczestniczących w opisanym rozpadzie  $\beta^+$  podano we wstępie do zadania 11.

Przyjmij, że jądro fluoru  $^{18}_9\text{F}$  przed rozpadem  $\beta^+$  spoczywało, oraz wykorzystaj związek:

$$1 \text{ u} \cdot c^2 \approx 931,5 \text{ MeV} \quad (c \text{ to wartość prędkości światła w próżni)}$$

**Oblicz łączną energię kinetyczną produktów rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ .**

**Wynik podaj w MeV, zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących. Zapisz obliczenia.**

Żeby rozwiązać zadanie należało przede wszystkim:

- 1) zastosować zasadę zachowania energii dla procesu rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$
- 2) uwzględnić energie kinetyczne oraz energie spoczynkowe produktów oraz substratów rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$
- 3) zastosować podany w zadaniu związek pomiędzy jednostkami masy atomowej a prędkością światła i elektronowoltami oraz poprawnie zaokrąglić otrzymany wynik.

Rozwiązanie zadania (w skrócie, z pominięciem pośrednich etapów rozwiązania i przekształceń) przedstawia się następująco:

$$m_{\text{F}}c^2 = m_{\text{X}}c^2 + m_{\beta}c^2 + E_{\text{kin X},\beta,\nu} \rightarrow$$

$$E_{\text{kin X},\beta,\nu} = (m_{\text{F}} - m_{\text{X}} - m_{\beta})c^2 \rightarrow$$

$$E_{\text{kin X},\beta,\nu} = 0,00068 \cdot u \cdot c^2 \approx 0,63 \text{ MeV}$$

Błędy jakie popełniali zdający wiązały się najczęściej z niepoprawnie zapisaną zasadą zachowania energii dla procesu rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  albo z brakiem zastosowania zasady zachowania energii. Poprawne zapisanie zasady zachowania energii stanowiło istotny postępek w rozwiązaniu zadania.

Zdający, którzy dokonali istotnego postępu w rozwiązaniu zadania oraz pokonali zasadnicze trudności zadania (opisane powyżej w punktach 1)–3)), popełniali w końcowym etapie rozwiązania błędy rachunkowe, błędy związane z przeliczaniem jednostek oraz błędy związane z zaokrągleniem wyniku.

**Przykład 30 – rozwiązania zdających**

Zdający błędnie zapisuje zasadę zachowania energii dla rozpadu  $\beta^+$  jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$ . Zgodnie z oznaczeniami zdającego, poprawny zapis równania wynikającego z zasady zachowania energii powinien być następujący (o ile  $E$  oznacza u zdającego energię kinetyczną produktów reakcji,  $\Delta m$  oznacza u zdającego deficyt masy w rozpadzie):

$$E = \Delta E_{\text{deficyt}} \quad \text{gdzie} \quad (\Delta E_{\text{deficyt}} = \Delta mc^2 \quad \text{oraz} \quad \Delta m = m_F - m_X - m_\beta)$$

Tymczasem w rozwiązaniu zdającego jest błędny zapis (w czerwonej ramce), z którego wynika, że zapisane przez zdającego równanie jest równoważne równaniu:

$$E = E_{0X} + E_{0\beta} + \Delta mc^2$$

Powyższe równanie sprowadza się tak naprawdę do energii spoczynkowej jądra fluoru, lub równoważnie – energii całkowitej (spoczynkowej i kinetycznej) produktów rozpadu, a nie energii kinetycznej produktów rozpadu.

Pomimo poprawnie obliczonej różnicy mas substratów i produktów rozpadu (nazwanej przez zdającego jako deficyt – w domyśle – masy rozpadu), zdający nie wykonał istotnego postępu w rozwiązaniu zadania, tzn. nie zapisał równania wynikającego z zasady zachowania energii.

Obliczenie różnicy mas substratów i produktów rozpadu, a nawet obliczenie związanej z tym energii (ostatni wyraz w przedostatniej linijce), nie doprowadziło do poprawnego rozwiązania, ponieważ zdający obliczył nie tę wielkość, o której było w poleceniu zadania.

$$\begin{aligned} \Delta m &= 17,936 - 17,88477 - 0,00055 \\ &= 0,00123 - 0,00055 = 0,00068 \text{ u} \\ &= 0,00068 \text{ u} \end{aligned}$$

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

$$E = E_{\text{neow}} + E_{\beta} + \Delta E_{\text{deficyt}}$$

$$E = 17,88477 \cdot c^2 + 0,00055 \cdot c^2 + 0,00068 \cdot c^2 = 17,936 c^2 = 17,936 \cdot 931,5 \text{ MeV} = 16763,274 \text{ MeV}$$

### Przykład 31 – rozwiązania zdających

W przedstawionym rozwiązaniu zdający popełnia szereg błędów. Z zapisów w czerwonej ramce wynika, że zdający wiąże energię kinetyczną produktów rozpadu (energię reakcji) z deficytem masy jądra izotopu fluoru  $^{18}_9\text{F}$ , a nie z różnicą mas substratów i produktów rozpadu.

To oznacza, że zdający oblicza nie energię reakcji, tylko energię wiązania jądra fluoru  $^{18}_9\text{F}$  (zanotujmy – co pozostaje i tak bez znaczenia – że defekt masy jądra atomowego też jest błędnie liczony).

~~$E_{kin} = E - E_0$~~   
 $E_{kin} = E - E_0$   
 $E_p = E_0$   
 $E_0 = E - E_r$   
 $E_r = \Delta m \cdot c^2 = (18 \cdot 1,67 + 9 \cdot 9,1) - m_j \cdot c^2$   
 $E_r = 94 \text{ u} \cdot c^2 = 94 \cdot 931,5 \text{ MeV} = 87561$   
 $E_0 = m c^2 \approx 18 \cdot 1u \cdot c^2 = 11364 \text{ MeV}$   
 $E_{kin} = 76174 \text{ MeV}$   
 $E_{kin} \approx 76000 \text{ MeV}$

### Przykład 32 – rozwiązania zdających

Zdający poprawnie rozwiązuje zadanie. Zapisuje poprawne równanie wynikające zasady zachowania energii oraz poprawnie stosuje związek między masą a energią spoczynkową.

W ostatnim etapie rozwiązania nie wypełnia do końca polecenia zadania, tzn. nie zaokrągla wyniku do dwóch cyfr znaczących.

$m_F c^2 = m_x c^2 + m_p c^2 + E_k$   
 $- E_k = c^2(m_x + m_p - m_F)$   
 $E_k = 6,8 \cdot 10^{-4} \cdot c$   
 $E_k = 68 \cdot 10^{-4} \cdot 931,5$   
 $E_k = 0,643 \text{ MeV}$



Z przedstawionej analizy wynika, że dwa pierwsze zadania z wiązki okazały się dla zdających umiarkowanie trudne, a trzecie zadanie okazało się trudne. Poziom wykonania grupy trzech zadań 11.1.–11.3. wyniósł 46% – czyli powyżej średniej za cały arkusz. Z tego można wnioskować, że typowe zadania z fizyki jądrowej nie sprawiają zdającym większych problemów.

## Wnioski i rekomendacje

Analiza wyników egzaminu pod względem treści nauczania pokazuje, że tegoroczni maturzyści, podobnie jak Ci z ubiegłego roku, najgorzej poradzi sobie z zadaniami z działów: Drgania punktu materialnego, Dynamika bryły sztywnej, Fizyka relatywistyczna oraz Termodynamika. Z wyjątkiem zadania 7.2., wszystkie najtrudniejsze dla zdających zadania były otwarte obliczeniowe (np. zadania: 3.3., 2.2., 10.2., 10.1., 8.2., 11.3., 5.2.). Uzyskały one poziom wykonania od 14% do 34%. Z kolei analiza rozwiązań zadań pod względem najczęściej popełnianych błędów wskazuje na słabe opanowanie sprawdzanych na egzaminie umiejętności ogólnych i przekrojowych, takich jak:

- dostrzegania związków przyczynowo–skutkowych pomiędzy zjawiskami fizycznymi
- wyodrębnienia podstawowych zjawisk fizycznych w zjawisku złożonym i wskazania czynników istotnych dla ich przebiegu w celu zbudowania poprawnego modelu danego zjawiska
- budowania modeli procesów czy zjawisk fizycznych i określenia warunków ich zajścia oraz stworzenia ich opisu matematycznego
- analizowania i rozwiązywania problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych
- pojmowania fizycznego sensu wzorów
- wyodrębnienia z informacji przedstawionych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów czy rysunków niezbędnych danych i ich interpretacji koniecznej do rozwiązania zadania czy problemu
- przedstawiania informacji kluczowych dla opisywanego zjawiska w różnej postaci
- dokonywania poprawnych przekształceń algebraicznych wyrażeń wiążących wielkości fizyczne
- wykonywania graficznych działań na wektorach oraz rysowania wektorów
- zapisywania wyniku obliczeń wraz z jednostką, zaokrąglonego do określonej liczby cyfr znaczących i krytycznej analizy realności otrzymanego wyniku
- wyciągania i formułowania wniosków.

Analiza poziomu wykonania poszczególnych rodzajów zadań oraz typowych błędów popełnianych przez zdających podczas rozwiązywania zadań pozwoliła na sformułowanie następujących spostrzeżeń i wniosków:

1. Najmniej trudności, jak co roku, sprawiają maturzystom zadania sprawdzające pojedyncze, mało skomplikowane umiejętności albo sprawdzające znajomość podstawowych pojęć. Dotyczy to przede wszystkim zadań zamkniętych, wymagających tylko analizy jakościowej (zadanie 4.1., zadanie 7.1.) ale również zadań otwartych z luką (zadania: 1.2., 3.2., 11.1., 11.2.). Również typowe zadania otwarte obliczeniowe, w tym również zamknięte, których sposób rozwiązywania jest znany, nie sprawiają im większych problemów (zadanie 8.1., zadanie 2.1.).
2. Duże trudności sprawiają zdającym zadania dotyczące jednego zagadnienia czy zjawiska fizycznego, ale przedstawionego w nietypowym kontekście, lub gdy niezbędne do rozwiązania zadania dane zawarte są na wykresie (zadanie 3.3., zadanie 8.2.) czy rysunku (zadanie 2.2.).

3. Zadania złożone, rozwiązanie których wymaga stworzenia modelu zjawiska, określenia czynników istotnych dla jego przebiegu (założeń), stworzenia poprawnego opisu matematycznego zależności, jakie – zgodnie z prawami fizyki – zachodzą pomiędzy określonymi wielkościami fizycznymi i wreszcie dokonania odpowiednich przekształceń algebraicznych umożliwiających uzyskanie rozwiązania problemu fizycznego (zadania: 3.3., 2.2., 8.2., 10.2.) są dla zdających najtrudniejsze.
4. Błędy rachunkowe popełniane na każdym etapie rozwiązywania zadania, w wielu przypadkach, stanowią poważną przeszkodę w uzyskaniu poprawnego wyniku, w szczególności w zadaniach otwartych. Jeśli błędy te popełniane są w początkowej fazie rozwiązywania zadania, to często niemożliwe staje się dokończenie rozwiązywania albo uzyskanie wyniku spełniającego warunki zadania. Widać to na przykładzie rozwiązań zadań 4.2. oraz 5.2.
5. Maturzyści słabo radzą sobie z zadaniami wymagającymi wyprowadzenia wzoru (zadanie 1.3., zadanie 8.2.) i zapisania go w zależności tylko od określonych warunkami zadania wielkości fizycznych.
6. Jak się okazuje, zadania typowe także sprawiają zdającym wiele trudności. Na przykład zadanie 5.2. z grawitacji, które było siódmym pod względem trudności zadaniem w arkuszu oraz zadanie 6. z elektrostatyki, które osiągnęło poziom wykonania 45%.
7. Dla wielu zdających poważną przeszkodą w pokonaniu zasadniczych trudności i uzyskaniu poprawnego wyniku zadania jest konieczność zastosowania odpowiedniej konwencji znaków we wzorach (zadanie 8.2.).
8. W wielu przypadkach niepoprawne rozwiązania wynikają z niezbyt uważnego czytania treści zadań. Zauważalny jest brak umiejętności wyciągania wniosków z informacji zawartych w analizowanym tekście (zadania: 10.1., 10.2., 11.1.).
9. Przyczyną niepowodzeń zdających jest również niestosowanie się do polecenia zadania, np. polecenie wymaga zapisania wyniku w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących, tymczasem wielu z nich podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących (zadanie 11.3.).
10. Cztery zadania otwarte w arkuszu dotyczą uzupełnienia rysunków/diagramów: zadanie 1.2. – o wektory sił działających na kroplę w dwóch różnych chwilach podczas jej ruchu; zadanie 3.2. – o wektory sił sprężystości i grawitacji działających na ciężarek; zadanie 6. – o wektor natężenia pola elektrycznego; zadanie 9.2. – o dalszy bieg promieni po przejściu przez układ soczewek. Ta – jak wydawałoby się prosta do wykonania czynność (np. narysowanie wektorów czy promieni) – wymaga dokładnej analizy i rozumienia zjawisk oraz dostrzegania fizycznej istoty rzeczy.
11. Pojawiają się nieprawidłowe rozwiązania, w których zdający całkowicie mylą kontekst zjawiska, mylą wielkości i stosują nieprawidłowe wzory. Na przykład w zadaniu 4.2., zdający mylili wzory na częstotliwości, jakie rejestruje nieruchomy obserwator, gdy źródło dźwięku zbliża się do niego i gdy się oddala. Albo w zadaniu 1.3., gdzie zdający bardzo często stosowali błędne wzory na pole przekroju kropli.
12. Chaotyczny i nieczytelny zapis poszczególnych etapów rozwiązania w wielu przypadkach skutkuje pomyłkami i uzyskiwaniem nieprawidłowych rozwiązań.

W związku z powyższymi wnioskami rekomenduje się, aby podczas przygotowywania uczniów do egzaminu maturalnego z fizyki na poziomie rozszerzonym zwrócić im szczególną uwagę na:

- konieczność szczegółowej analizy treści zadania w celu wyodrębnienia: (1) warunków zadania, (2) zjawiska fizycznego z opisanego kontekstu i (3) niezbędnych czynności do wykonania opisanych w poleceniu
- potrzebę bardzo dokładnego czytania poleceń i udzielania odpowiedzi do zadania w taki sposób, aby spełniała wszystkie wymagania określone w poleceniu
- fakt, że rozwiązanie zadania powinno zawierać:
  - zapis niezbędnych zależności lub praw fizycznych
  - oznaczenia, które jednoznacznie pozwalają na identyfikację wielkości fizycznych opisanych w treści zadania i poleceniu
  - obliczenia, które wynikają z przedstawionych zależności
  - wyniki liczbowe zapisane z odpowiednim zaokrągleniem wraz z właściwymi jednostkami i zgodnie z poleceniem zadania
- konieczność wyodrębnienia istotnych dla zadania danych przedstawionych na wykresie, rysunku czy w tabeli
- potrzebę rozumienia wzorów fizycznych, w szczególności praw czy zasad fizycznych mających charakter wektorowy, z czym związane są geometryczne relacje pomiędzy wielkościami opisanymi danym prawem czy zasadą fizyczną
- wymóg rozumienia znaczenia symboli występujących we wzorze
- fakt, że ugruntowana wiedza fizyczna to: (1) prawidłowa identyfikacja i rozumienie wielkości występujących we wzorach, (2) stosowanie odpowiednich konwencji znaków we wzorach, (3) znajomość zakresu stosowalności wzorów, (4) rozumienie założeń, przy których można stosować daną zasadę lub prawo. Samo odczytanie wzoru z *Wybranych wzorów [...]*, bez rozumienia jego fizycznego sensu, nie prowadzi do uzyskania prawidłowego rozwiązania
- konieczność starannego i uważnego wykonywania przekształceń i obliczeń oraz weryfikowania poprawności otrzymanego wyniku
- celowość ćwiczenia rozwiązywania zadań złożonych, w szczególności tych, w których istotne dla rozwiązania zadania dane przedstawione są w różny sposób (np. na rysunku, wykresie czy schemacie); czy zadań z działów, z których poziomy wykonania są najniższe, np. Fizyka relatywistyczna czy Termodynamika.