

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
M-200.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza

MMAP-P0-**200**-2405

DATA: **8 maja 2024 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **do 210 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

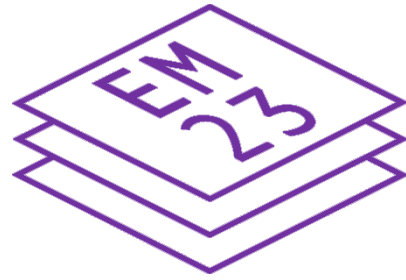
Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania zasad oceniania
- dostosowania w zw. z dyskalkulią
- nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.




Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

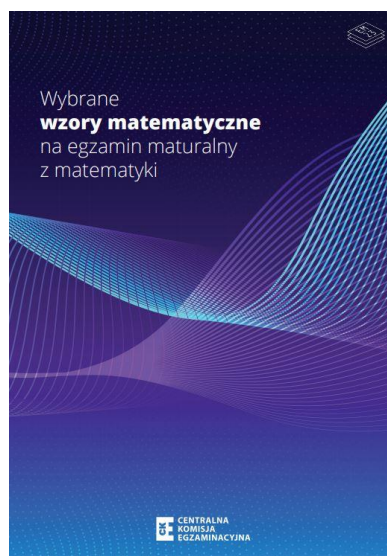
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**,
tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu
takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 45 stron (zadania 1–31).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 1. (1 pkt)

Dana jest nierówność

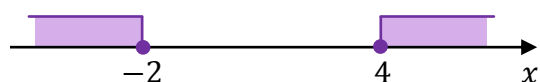
$$|x - 1| \geq 3$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.



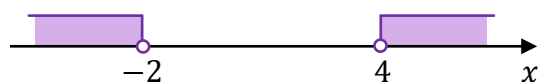
B.



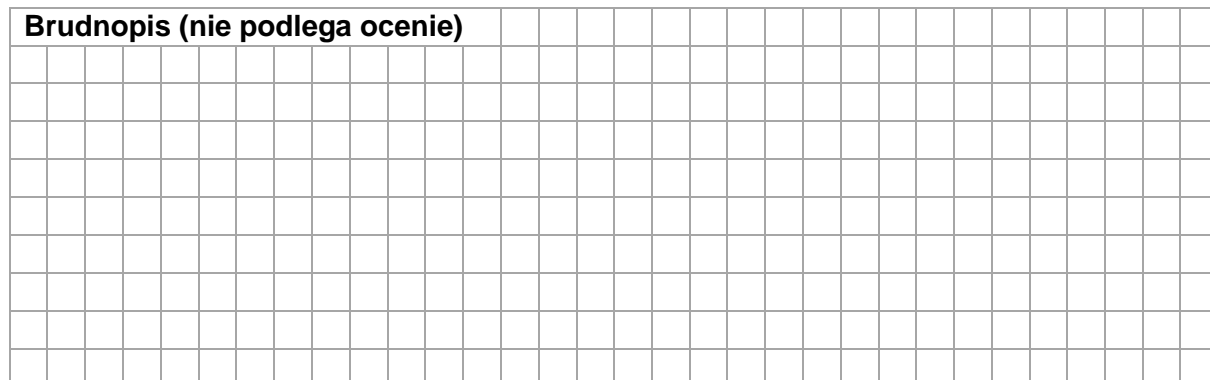
C.



D.

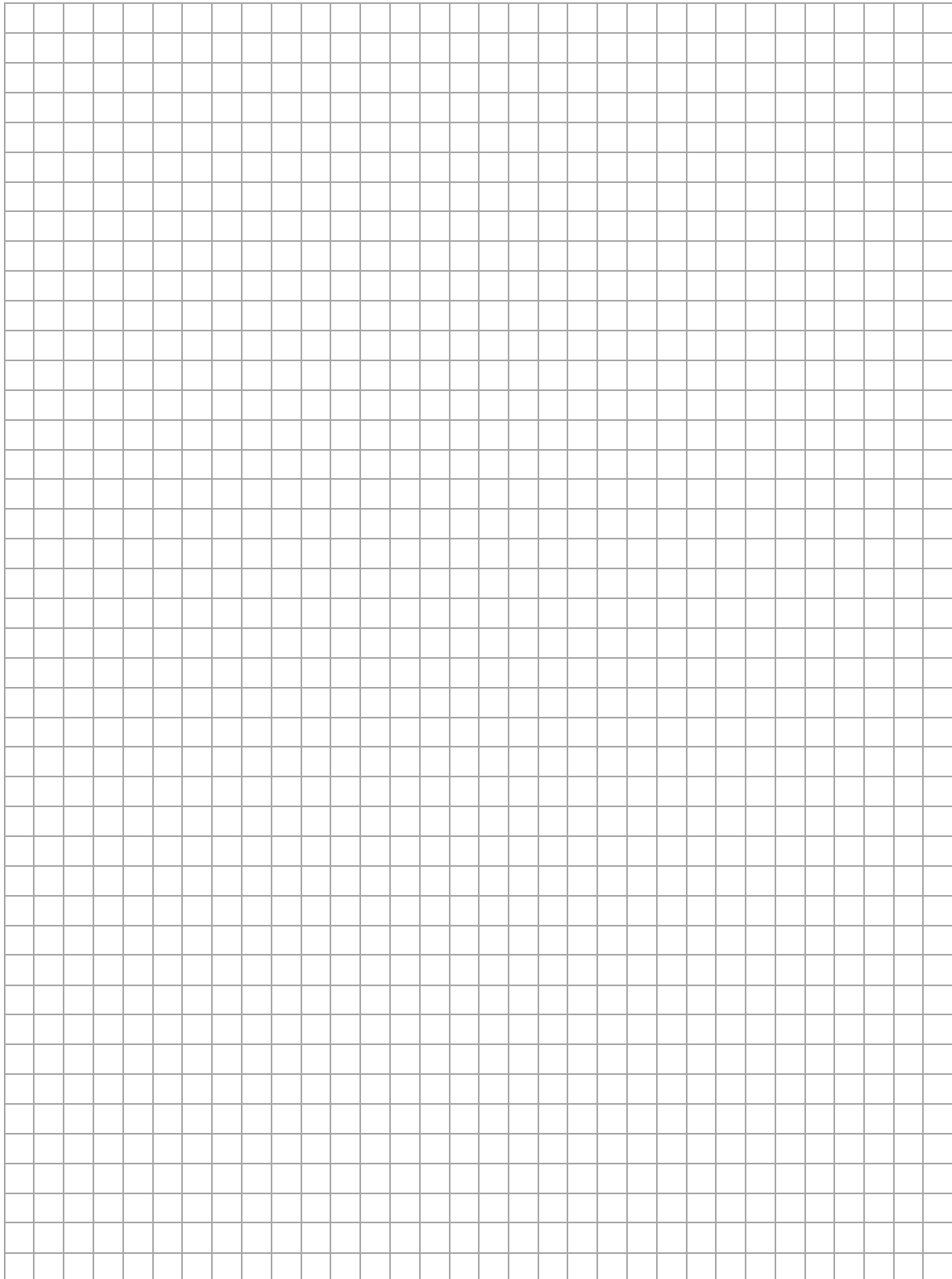



Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 3. (2 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.



Zadanie 5. (1 pkt) 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

- A. $8a^2$
- B. $8ab$
- C. $-8ab$
- D. $2b^2$

Brudnopis (nie podlega ocenie)																									



Zadanie 6. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$1 - \frac{3}{2}x < \frac{2}{3} - x$$

jest przedział

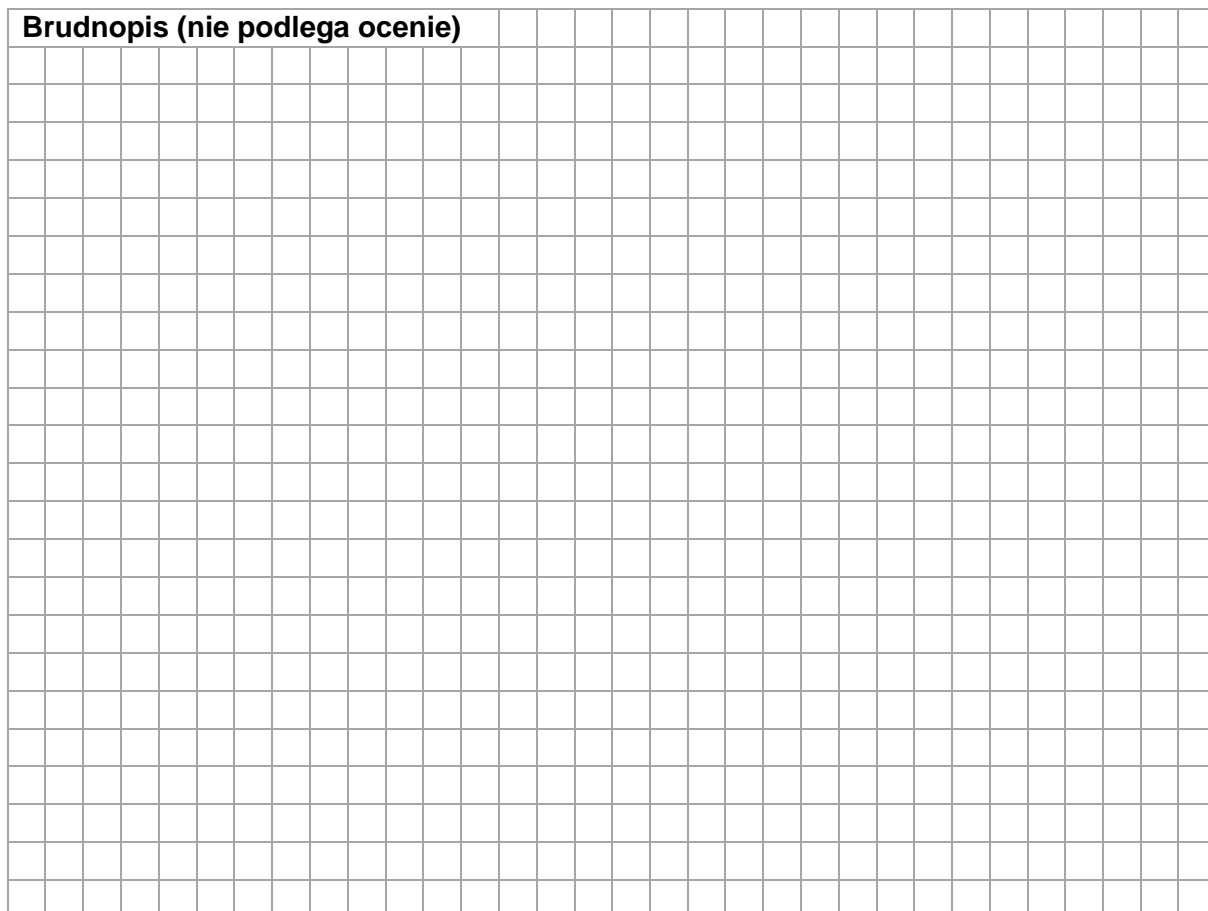
A. $(-\infty, -\frac{2}{3})$


B. $(-\infty, \frac{2}{3})$

C. $(-\frac{2}{3}, +\infty)$

D. $(\frac{2}{3}, +\infty)$

Brudnopis (nie podlega ocenie)



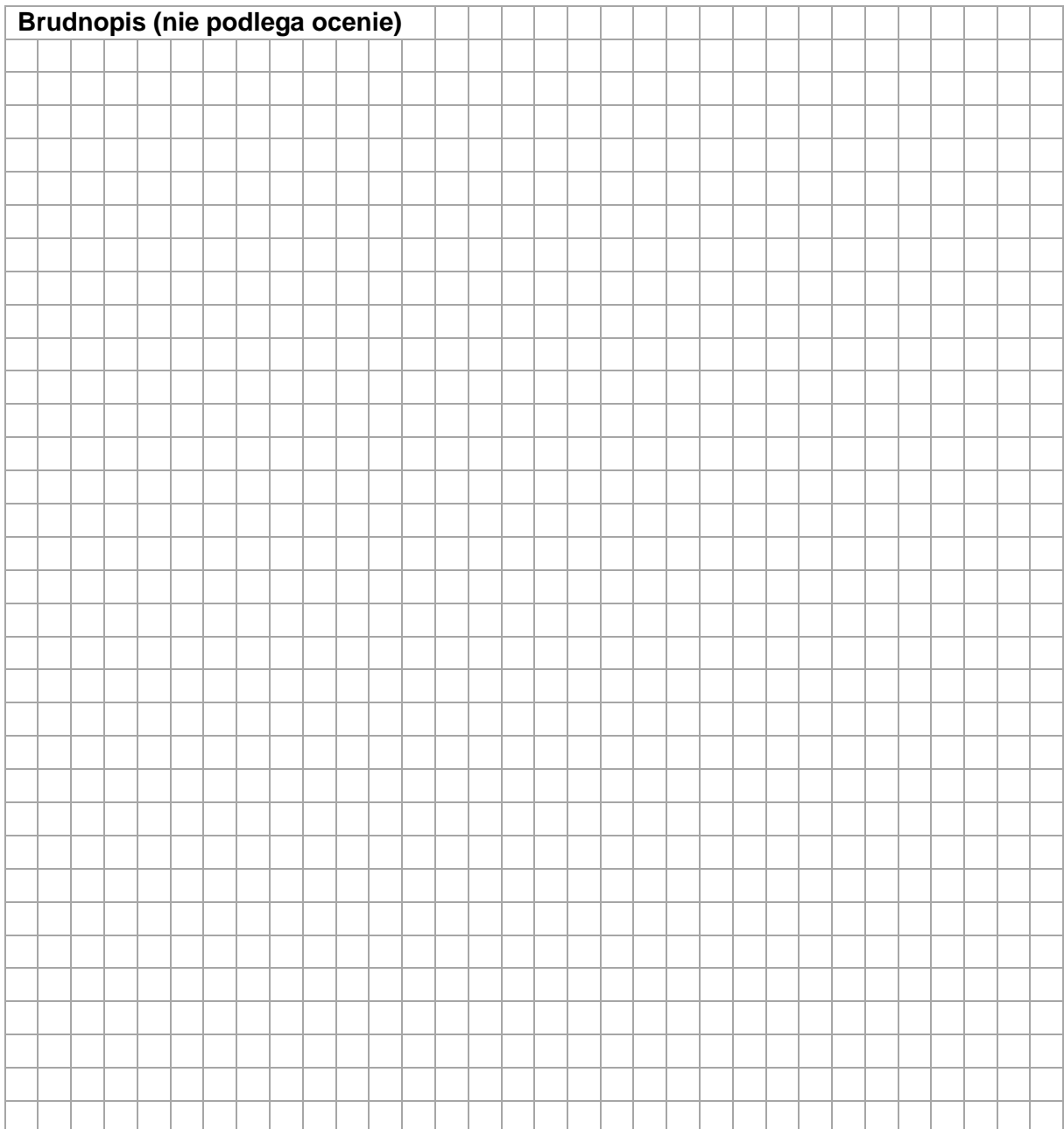
Zadanie 8. (1 pkt) 

Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wielomian W jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$.	P	F
Liczba (-1) jest rozwiązaniem równania $W(x) = 0$.	P	F

Brudnopis (nie podlega ocenie)

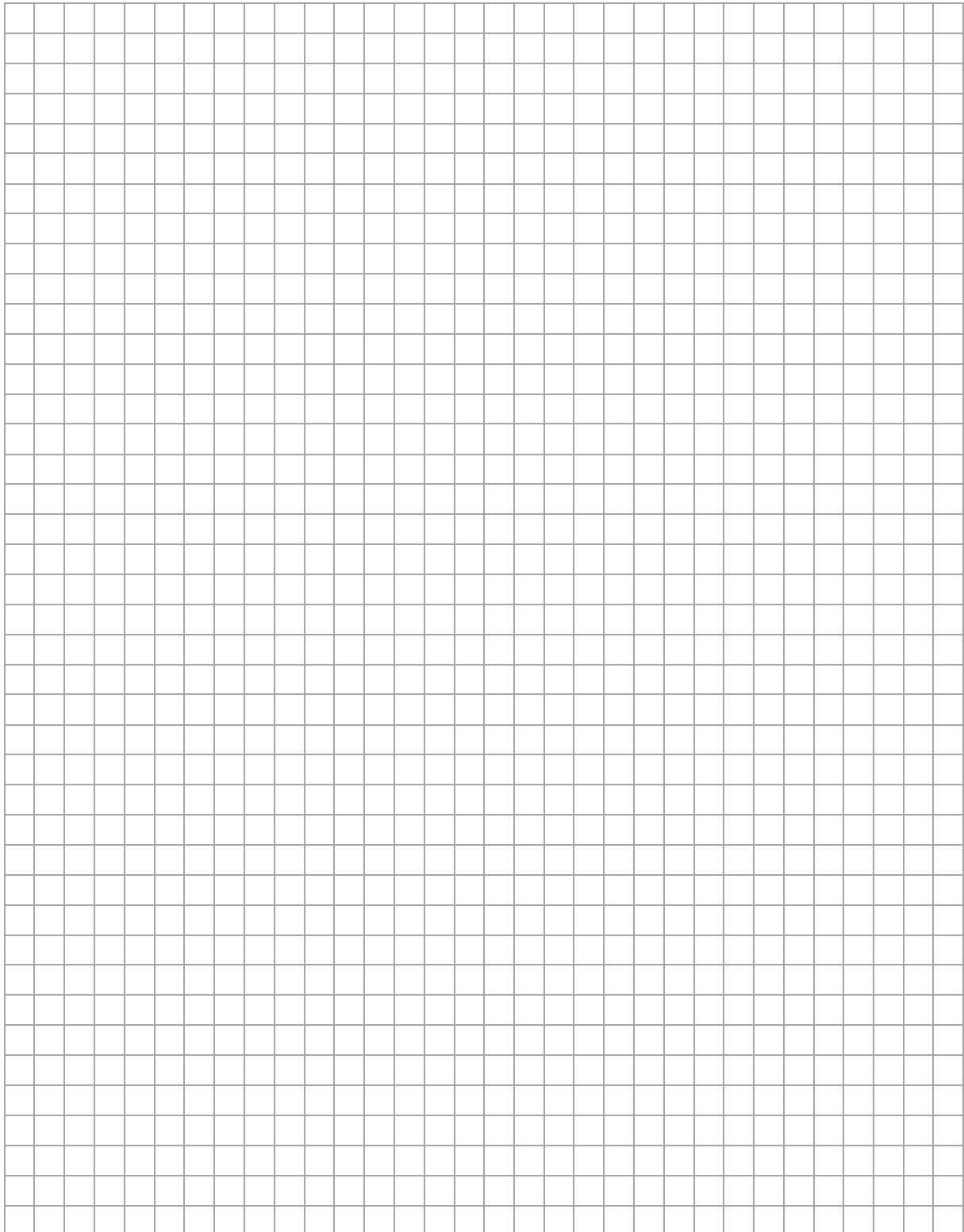


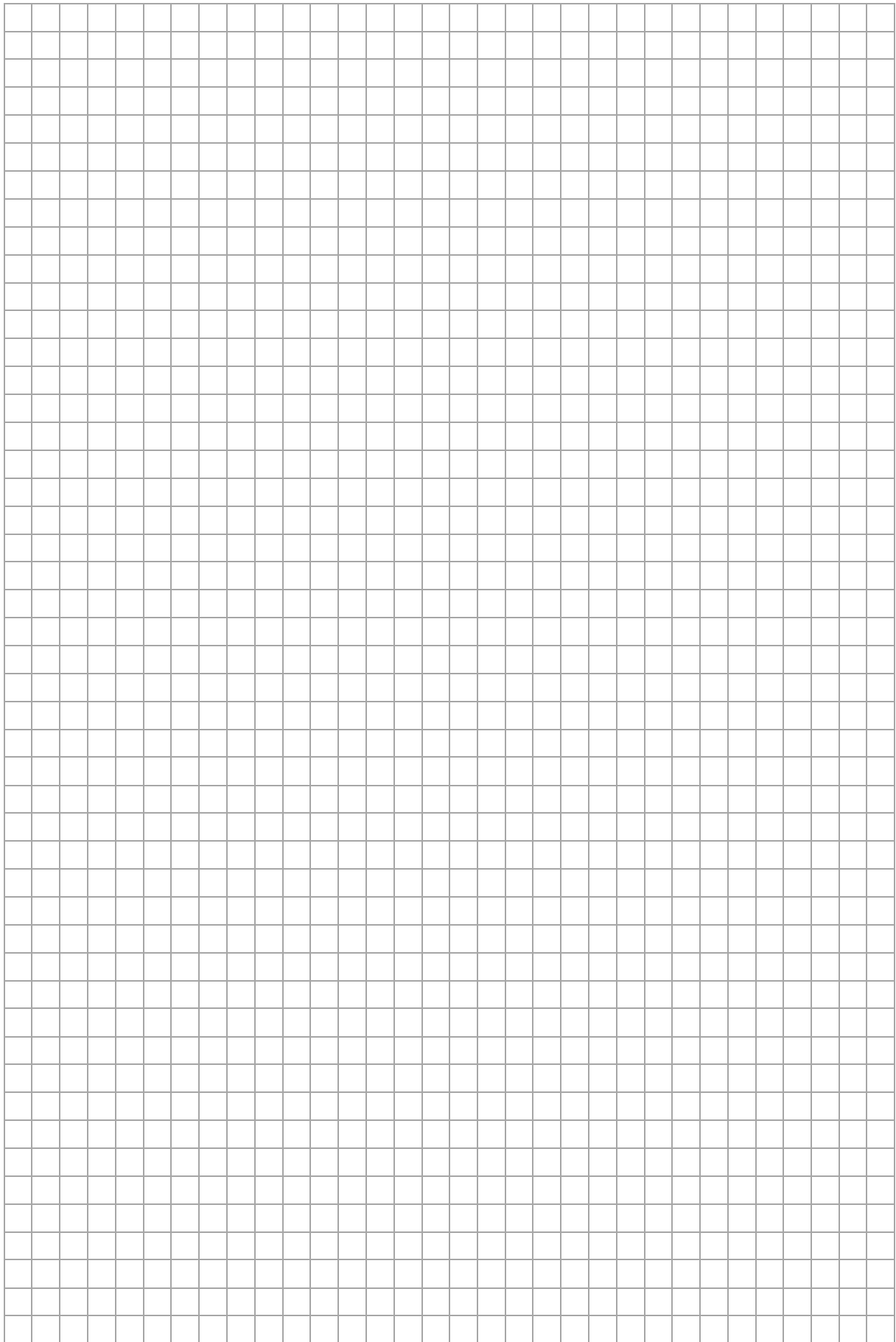
Zadanie 9. (3 pkt)

Rozwiąż równanie

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$$

Zapisz obliczenia.

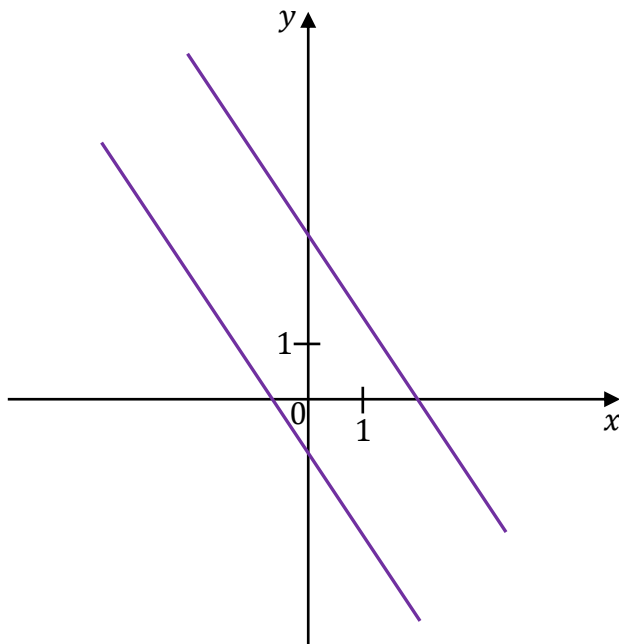




**Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 11. (1 pkt)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono dwie proste równoległe, które są interpretacją geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A.
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$$


C.
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$$



Brudnopis (nie podlega ocenie)

A large grid of graph paper for writing a draft. The grid consists of 28 columns and 28 rows. The first row is the header row containing the text "Brudnopis (nie podlega ocenie)". The rest of the grid is blank.

Zadanie 12. (1 pkt) 

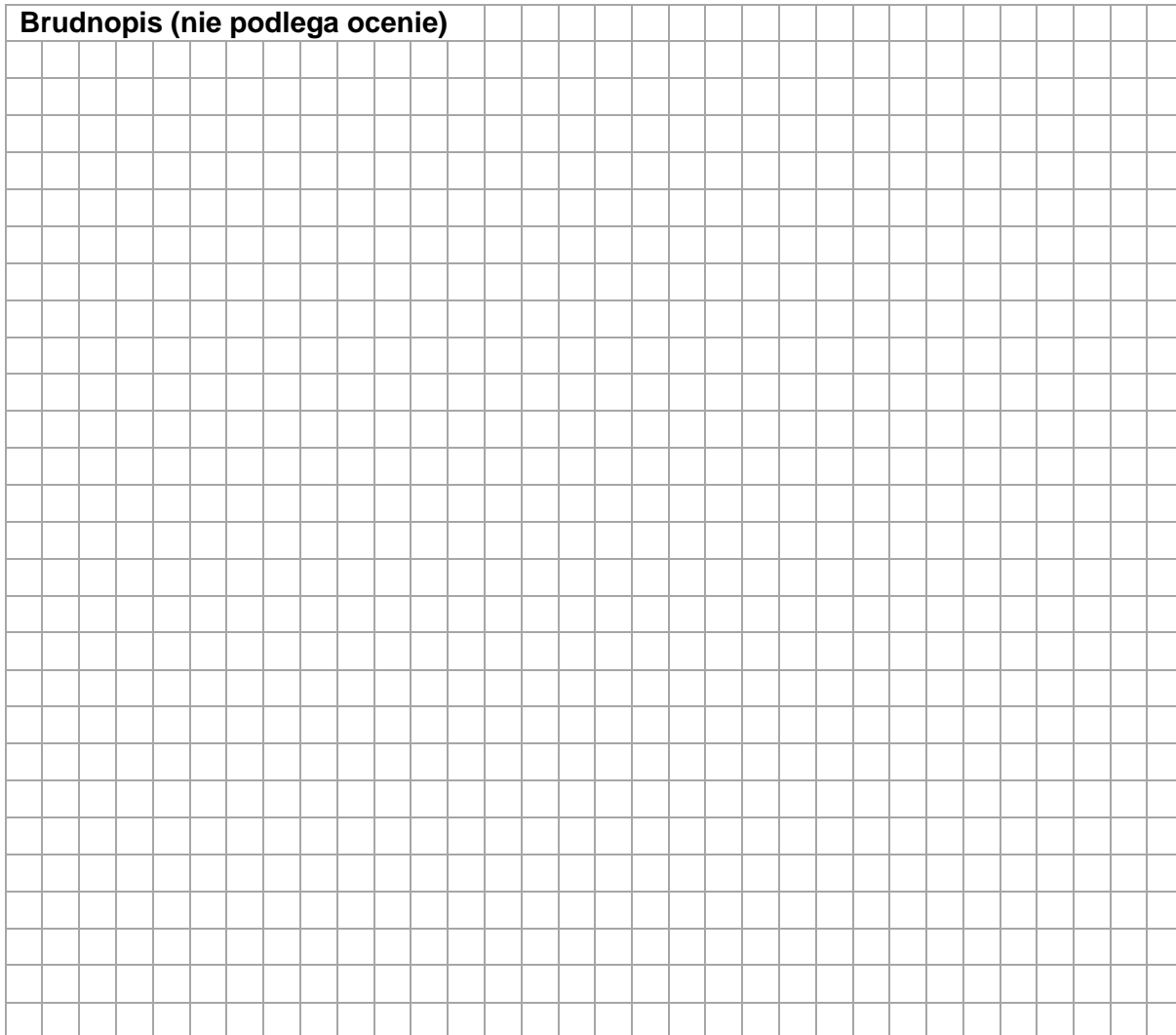
Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (-2k + 3)x + k - 1$, gdzie $k \in \mathbb{R}$.


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

- A.** $(-\infty, 1)$
- B.** $(-\infty, -\frac{3}{2})$
- C.** $(1, +\infty)$
- D.** $(\frac{3}{2}, +\infty)$

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 13. (1 pkt) 

Funkcje liniowe f oraz g są określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$.

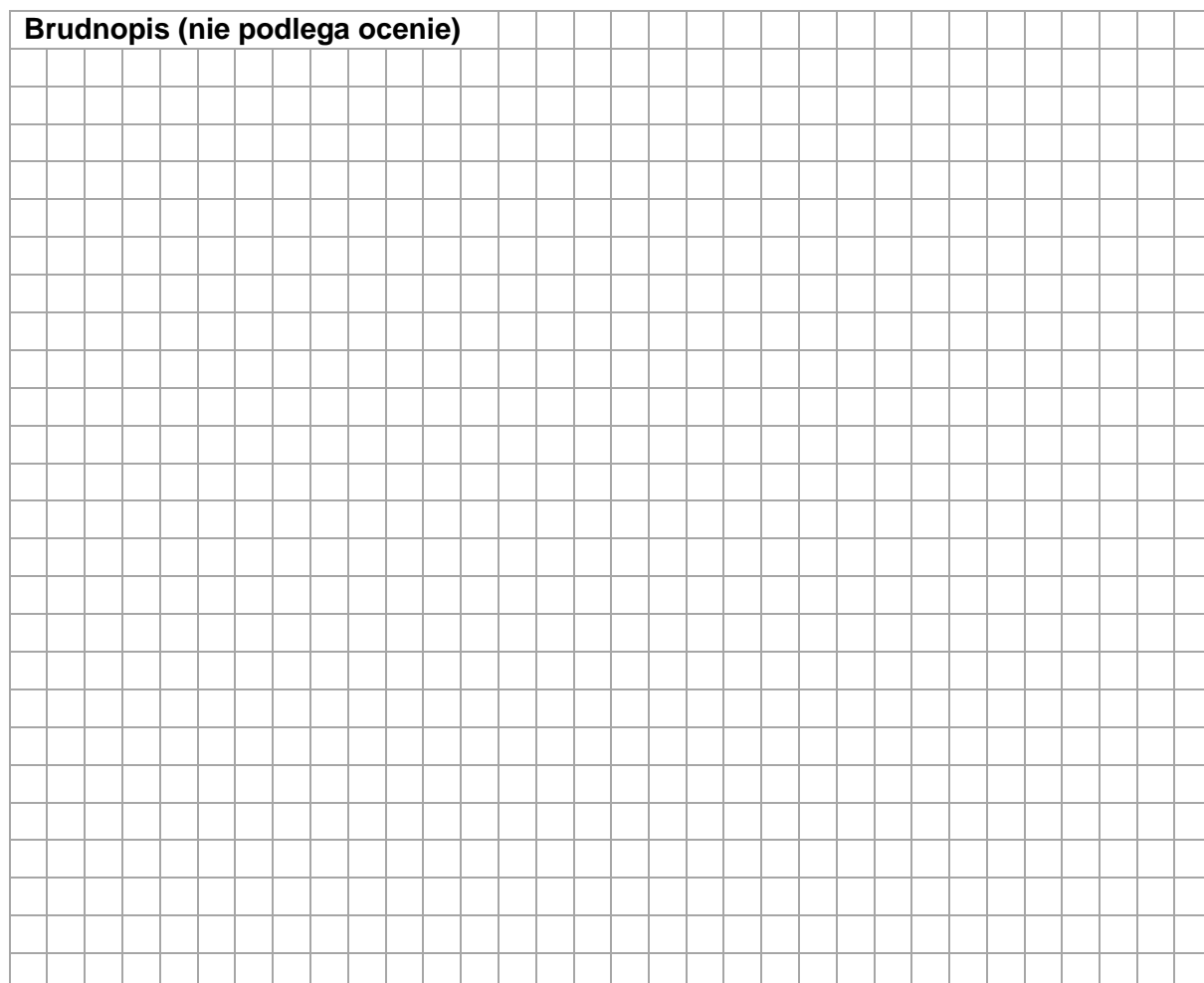
Funkcje f oraz g mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

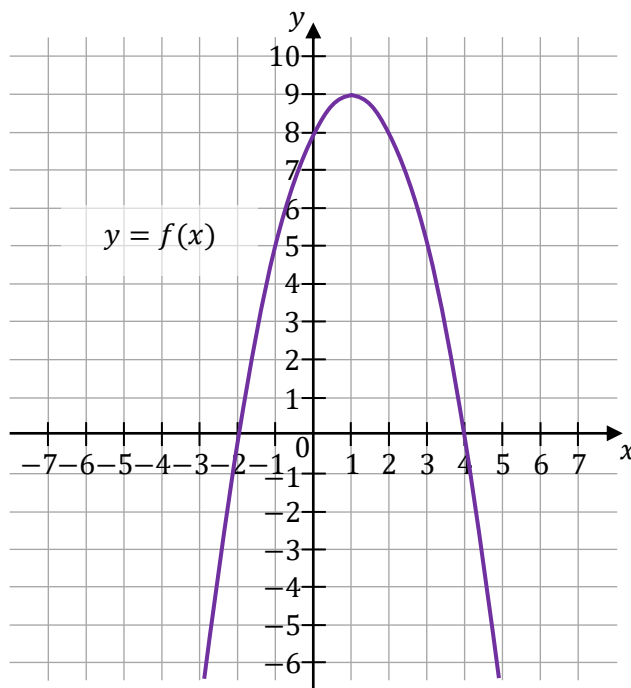
- A. $\left(-\frac{7}{2}\right)$
- B. $\left(-\frac{2}{7}\right)$
- C. $\frac{2}{7}$
- D. $\frac{7}{2}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Informacja do zadań 14.1.–14.4.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma obie współrzędne całkowite. Punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.




Zadanie 14.1. (1 pkt)

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \geq 0$ jest przedział

Brudnopis (nie podlega ocenie)															



Zadanie 14.2. (1 pkt) 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja kwadratowa f (zobacz rysunek na stronie 20) jest określona wzorem


A. $f(x) = -(x + 1)^2 - 9$

B. $f(x) = -(x - 1)^2 + 9$

C. $f(x) = -(x - 1)^2 - 9$

D. $f(x) = -(x + 1)^2 + 9$

Brudnopis (nie podlega ocenie)																			

Zadanie 14.3. (1 pkt) 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla funkcji f (zobacz rysunek na stronie 20) prawdziwa jest równość

A. $f(-4) = f(6)$

B. $f(-4) = f(5)$

C. $f(-4) = f(4)$

D. $f(-4) = f(7)$

Brudnopis (nie podlega ocenie)																			

Zadanie 14.4. znajduje się na następnej stronie.

Zadanie 14.4. (2 pkt)

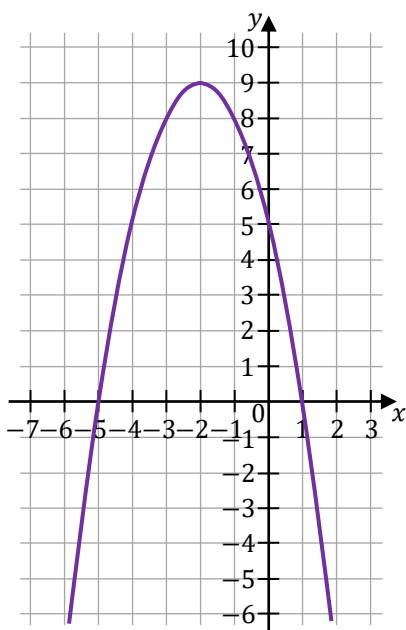
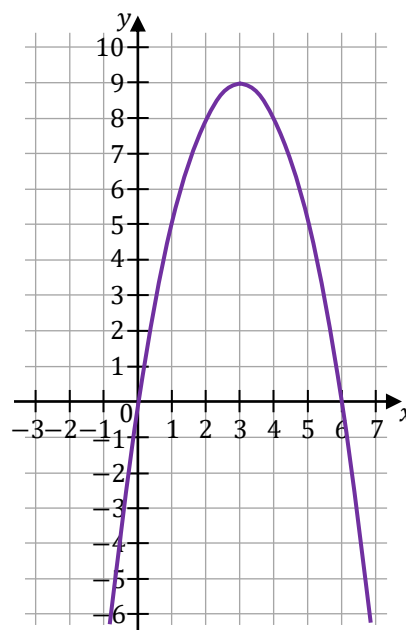
Funkcje kwadratowe g oraz h są określone za pomocą funkcji f (zobacz rysunek na stronie 20) następująco: $g(x) = f(x + 3)$, $h(x) = f(-x)$.

Na rysunkach A–F przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , fragmenty wykresów różnych funkcji – w tym fragment wykresu funkcji g oraz fragment wykresu funkcji h .

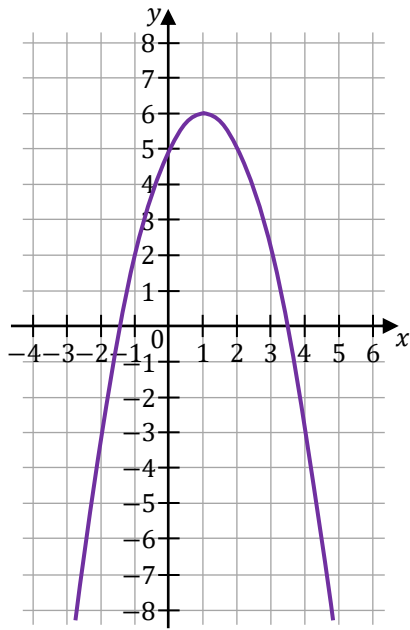
Uzupełnij tabelę. Każdej z funkcji g oraz h przyporządkuj fragment jej wykresu.

Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

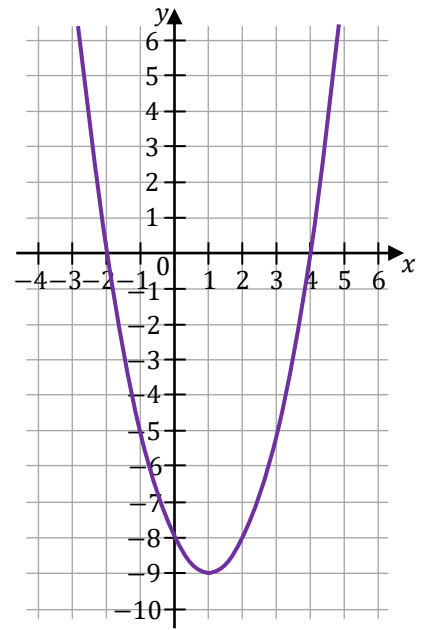
Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku	
Fragment wykresu funkcji $y = h(x)$ przedstawiono na rysunku	

A.**B.**

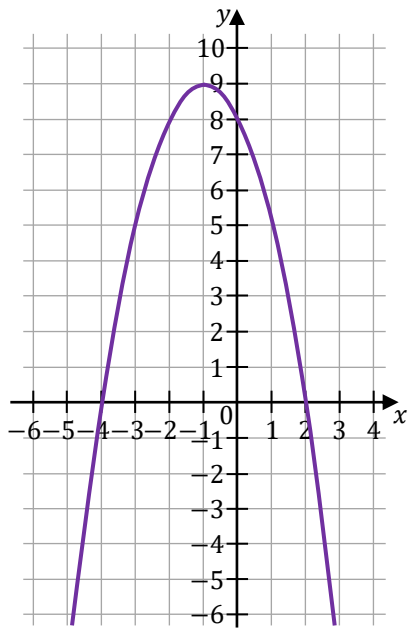
C.



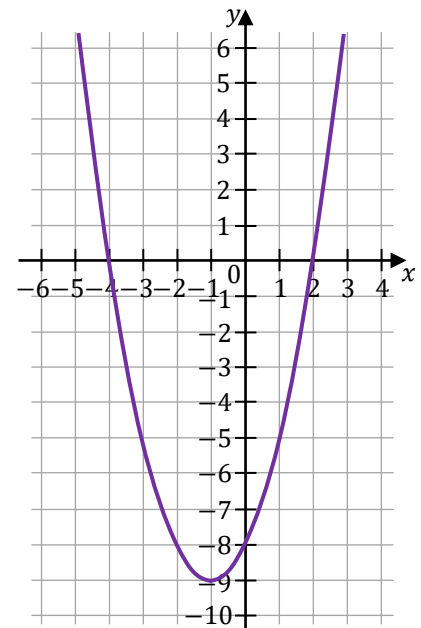
D.



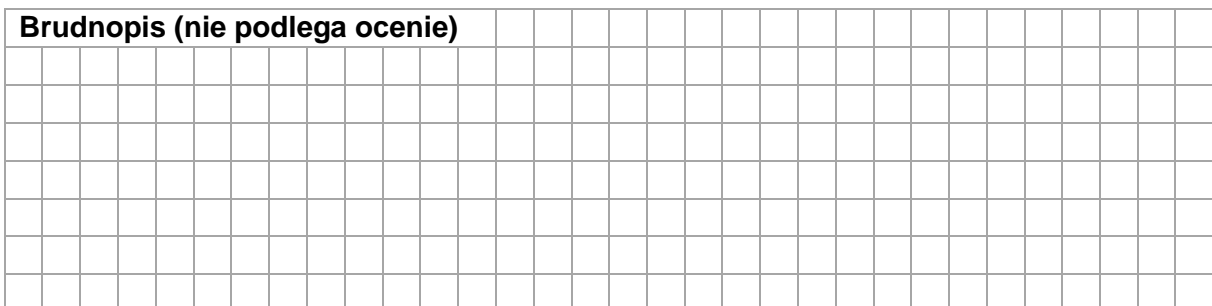
E.




F.



Brudnopis (nie podlega ocenie)



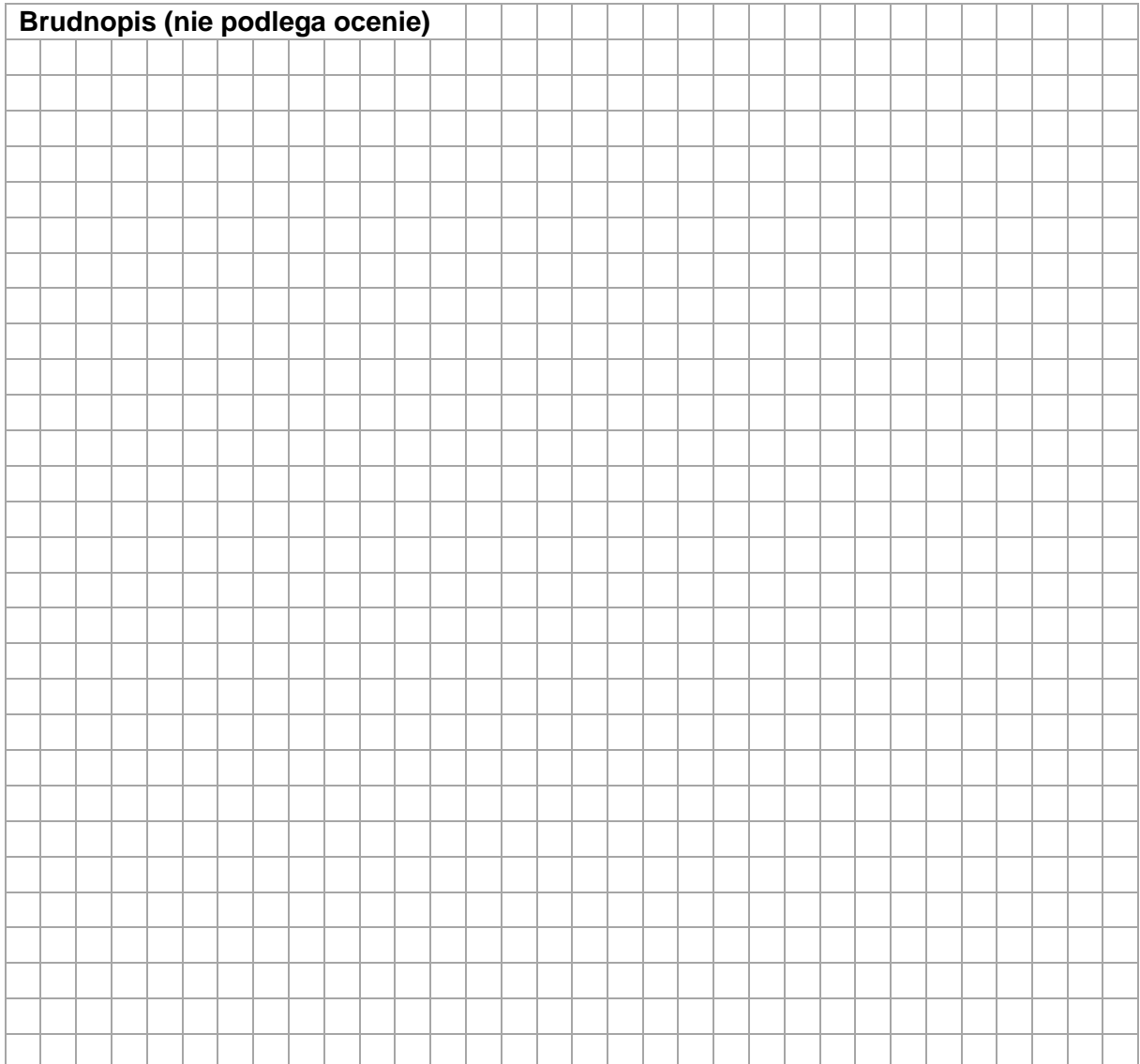
Zadanie 15. (1 pkt) 


Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n - 5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest dwa razy większy od trzeciego wyrazu tego ciągu.	P	F
Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie.	P	F

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 16. (1 pkt) 

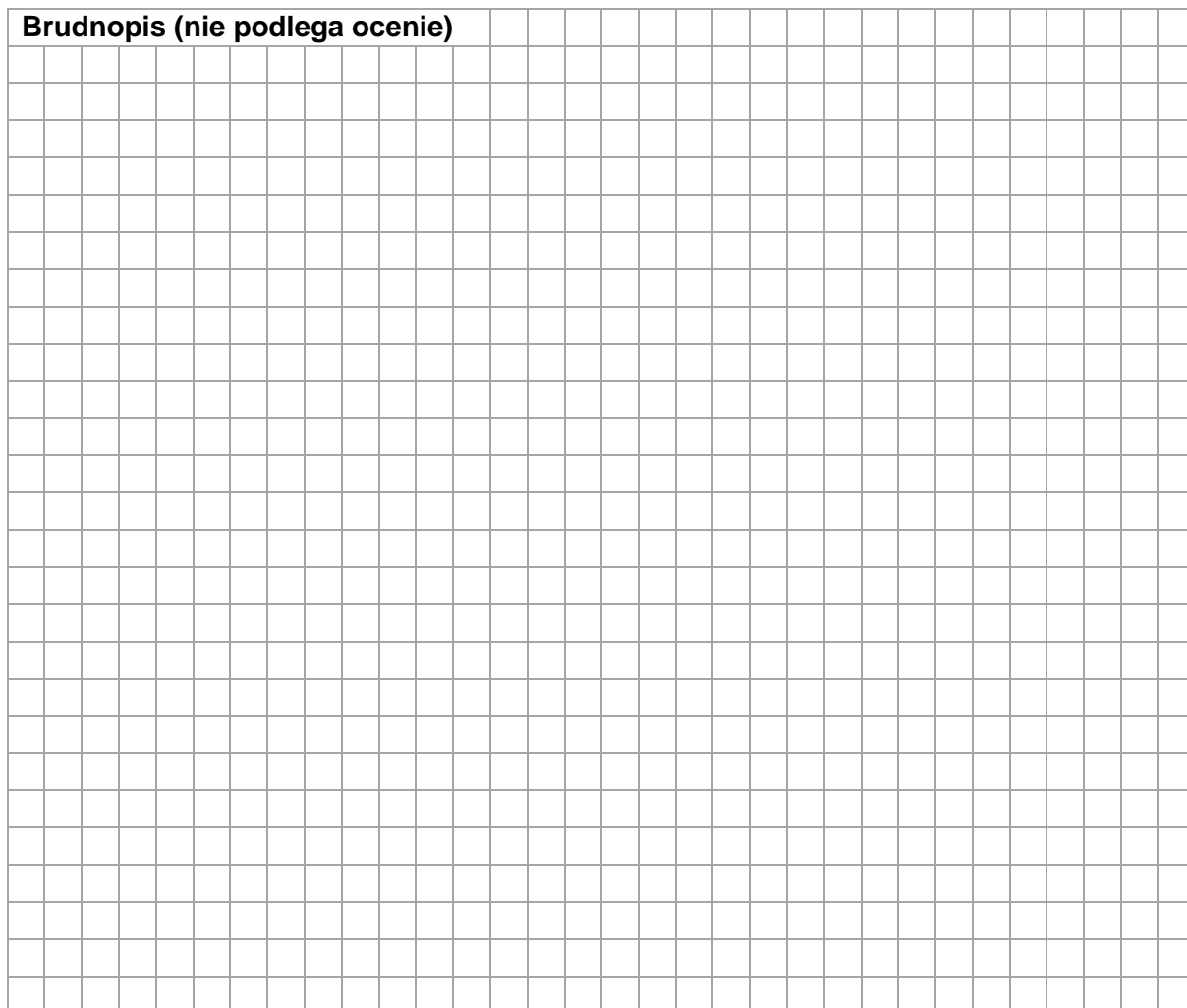
Trzywyrazowy ciąg $(12, 6, 2m - 1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	rosnący	oraz	1.	$m = \frac{1}{2}$
			2.	$m = 2$
B.	malejący		3.	$m = 3$

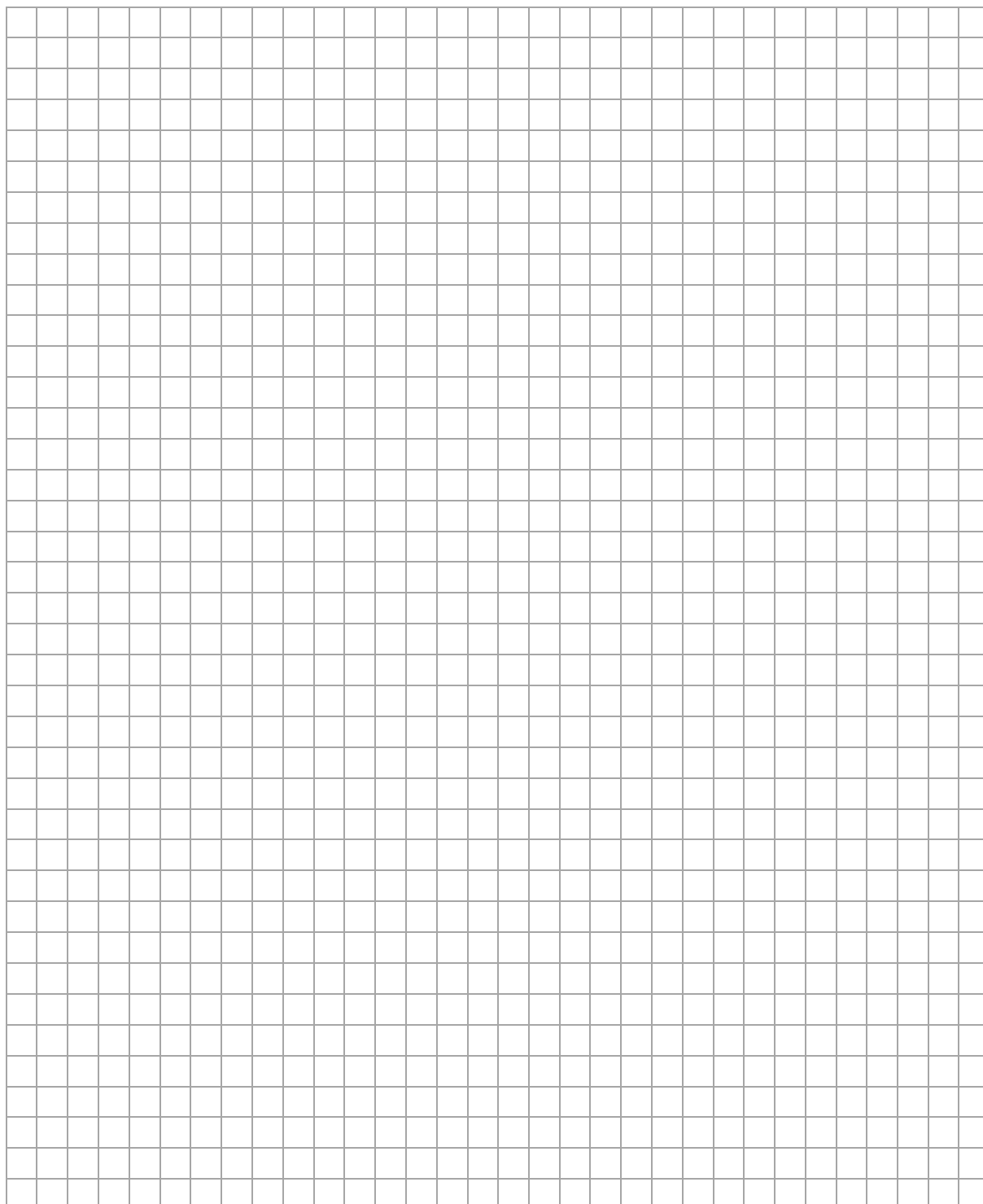
Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 17. (2 pkt)

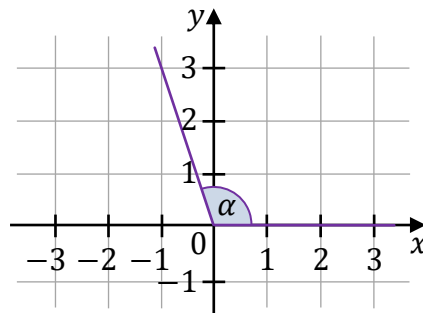
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1) , a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165) .

Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.



Zadanie 18. (2 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt o mierze α taki, że $\text{tg } \alpha = -3$ oraz $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ (zobacz rysunek).




Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A-F i wpisz te litery w wykropkowanym miejscu.

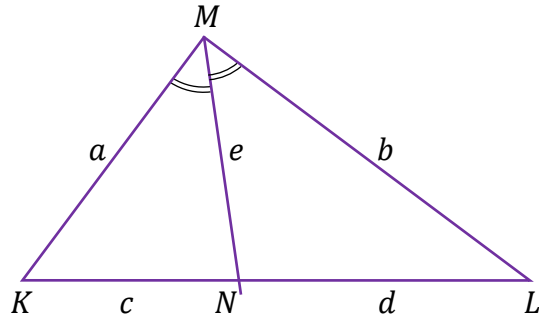
Prawdziwe są zależności: oraz

- A. $\sin \alpha < 0$
- B. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$
- C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$
- D. $\cos \alpha > 0$
- E. $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \cos \alpha$
- F. $\sin \alpha = -3 \cos \alpha$

Brudnopis (nie podlega ocenie)																				

Zadanie 20. (1 pkt) 

Dany jest trójkąt KLM , w którym $|KM| = a$, $|LM| = b$ oraz $a \neq b$. Dwusieczna kąta KML przecina bok KL w punkcie N takim, że $|KN| = c$, $|NL| = d$ oraz $|MN| = e$ (zobacz rysunek).




Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie KLM prawdziwa jest równość

- A. $a \cdot b = c \cdot d$
- B. $a \cdot d = b \cdot c$
- C. $a \cdot c = b \cdot d$
- D. $a \cdot b = e \cdot e$

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 21. (1 pkt) 

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze 120° .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego równoległoboku jest równe

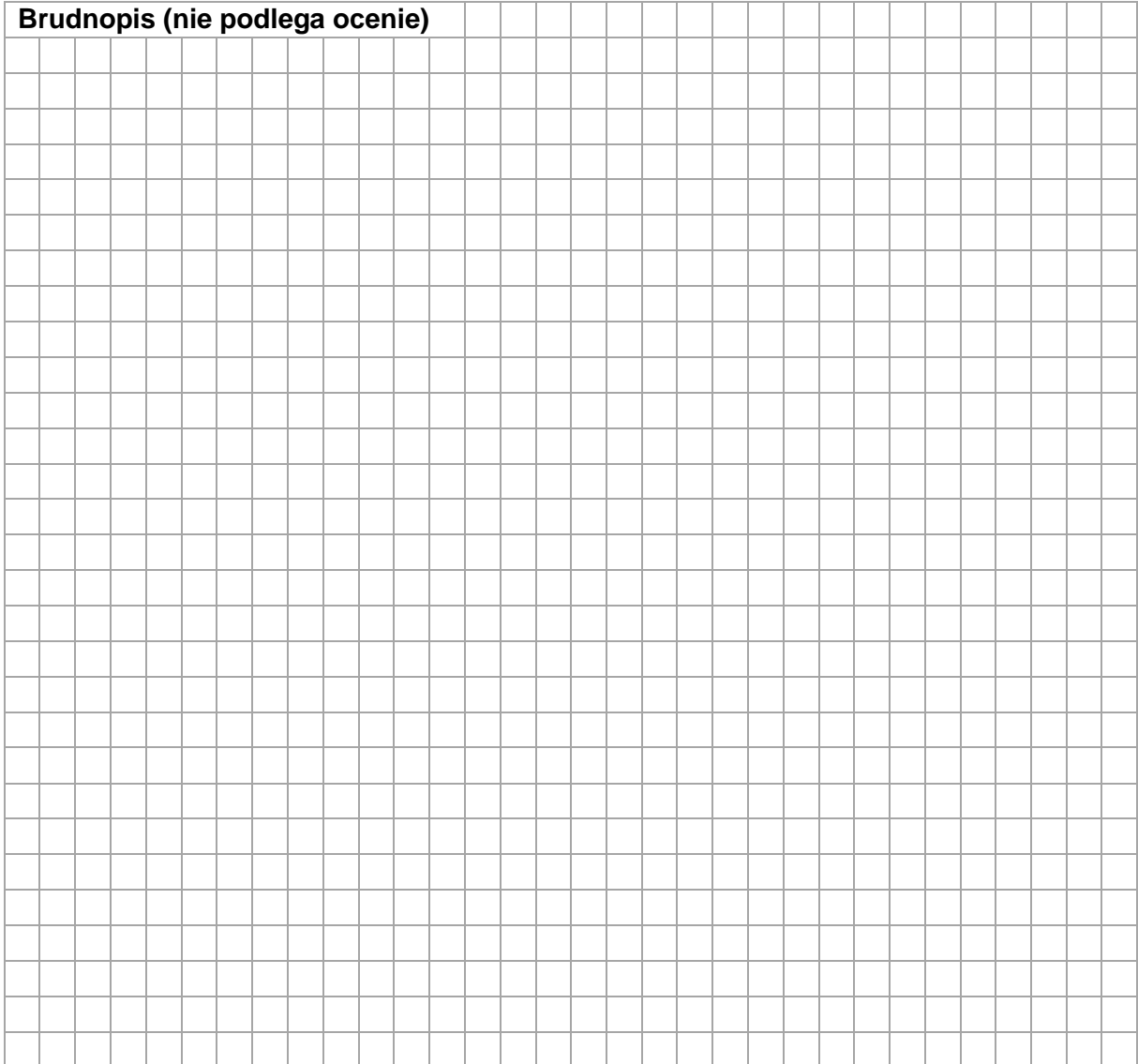
A. 12


B. $12\sqrt{3}$

C. 6

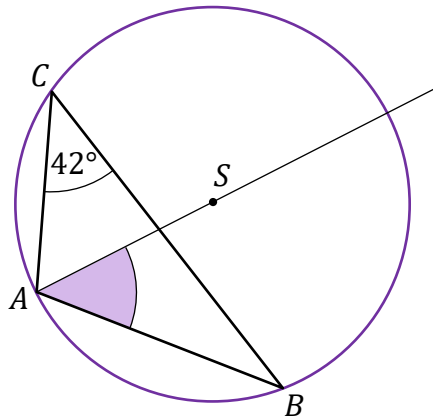
D. $6\sqrt{3}$

Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 22. (1 pkt) 

W trójkącie ABC , wpisanym w okrąg o środku w punkcie S , kąt ACB ma miarę 42° (zobacz rysunek).




Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BAS jest równa

- A. 42°
- B. 45°
- C. 48°
- D. 69°

Brudnopis (nie podlega ocenie)																			

Zadanie 23. (1 pkt) 

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k: y = (m + 1)x + 7$$

$$l: y = -2x + 7$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są prostopadłe, gdy liczba m jest równa

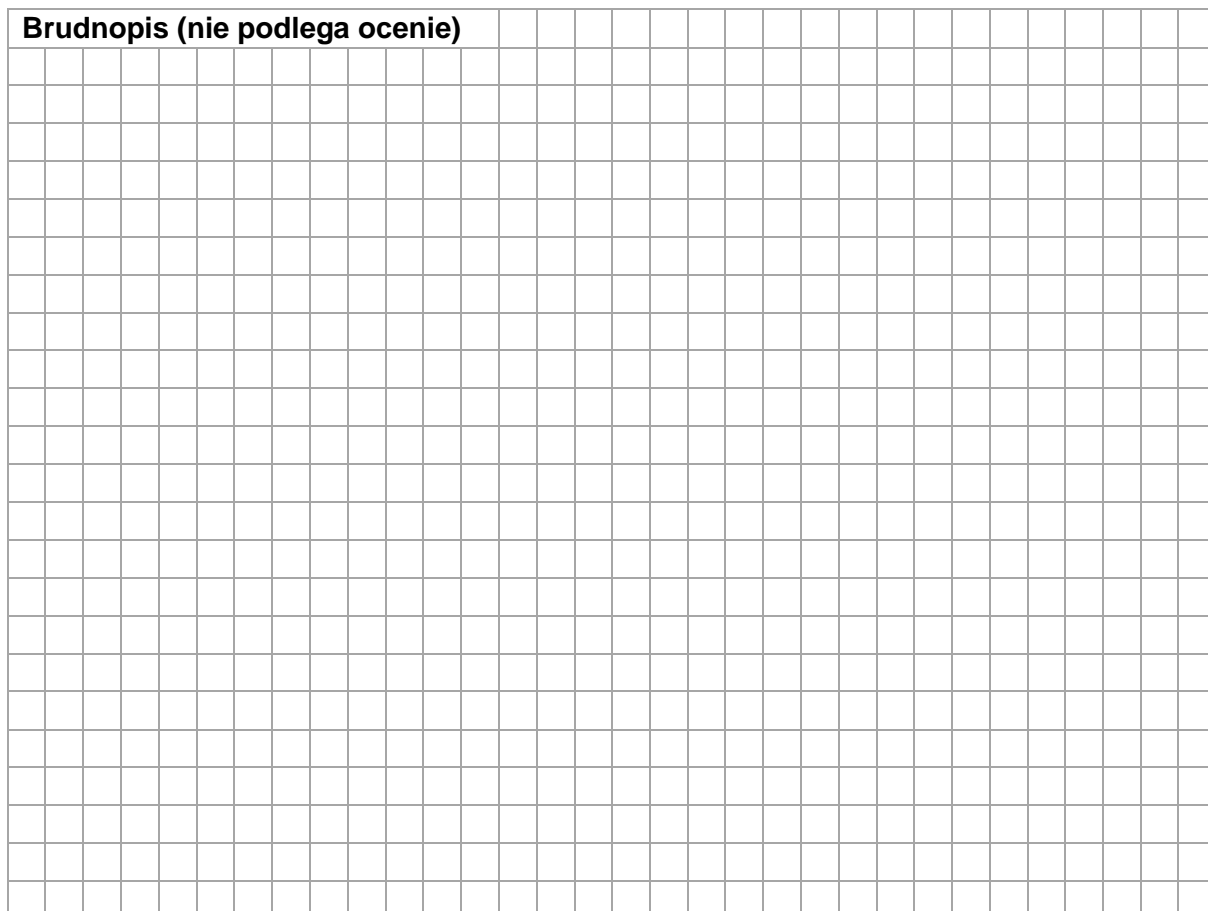
A. $\left(-\frac{1}{2}\right)$

B. $\frac{1}{2}$

C. (-3)

D. 1

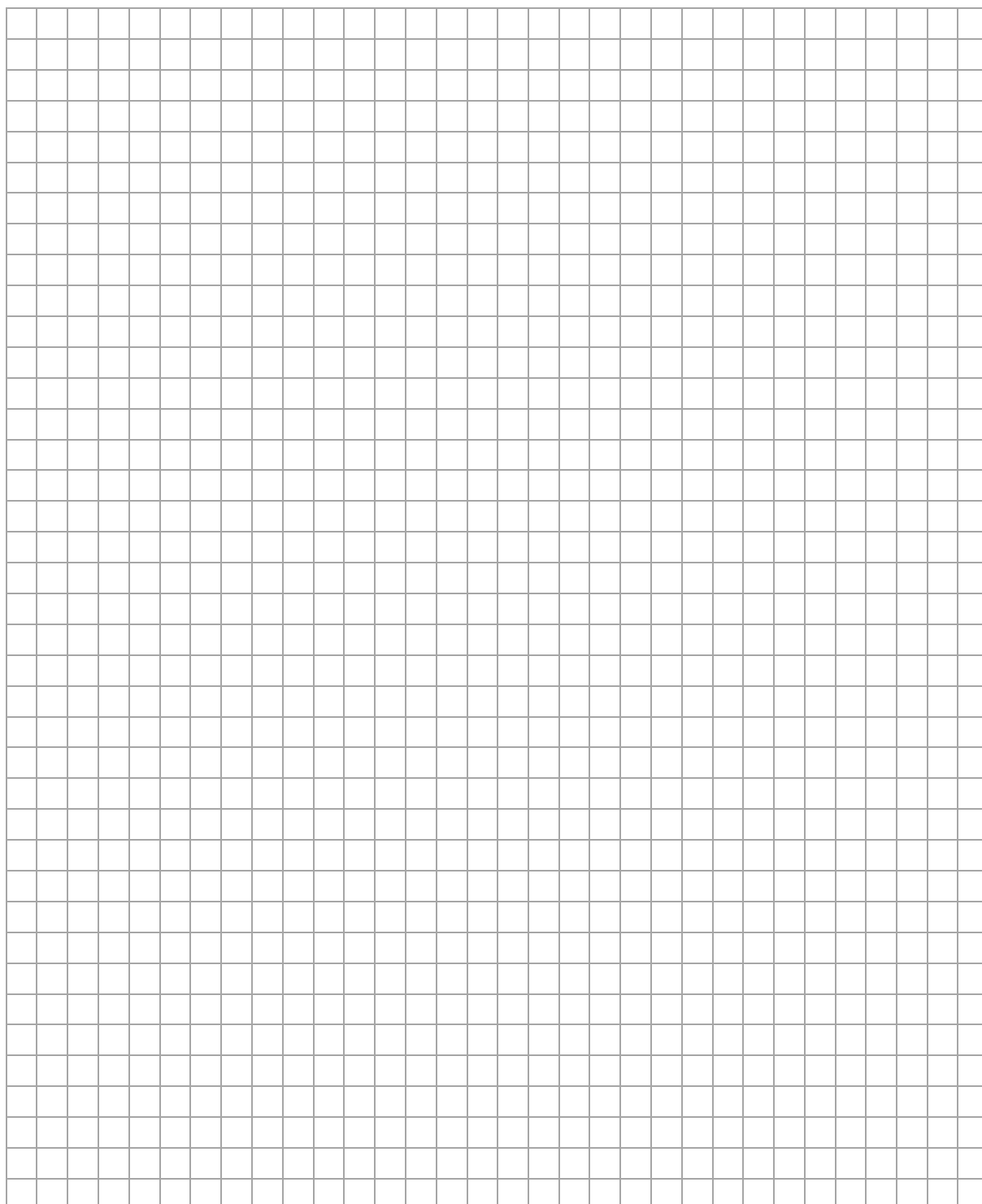
Brudnopis (nie podlega ocenie)



Zadanie 24. (2 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $A = (-2, 6)$ oraz $B = (10, 2)$. Przekątne AC oraz BD tego równoległoboku przecinają się w punkcie $P = (6, 7)$.

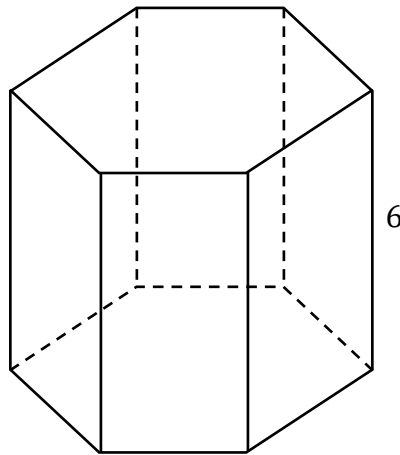
Oblicz długość boku BC tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.




Informacja do zadań 25.1.–25.2.

Wysokość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek).

Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe $15\sqrt{3}$.



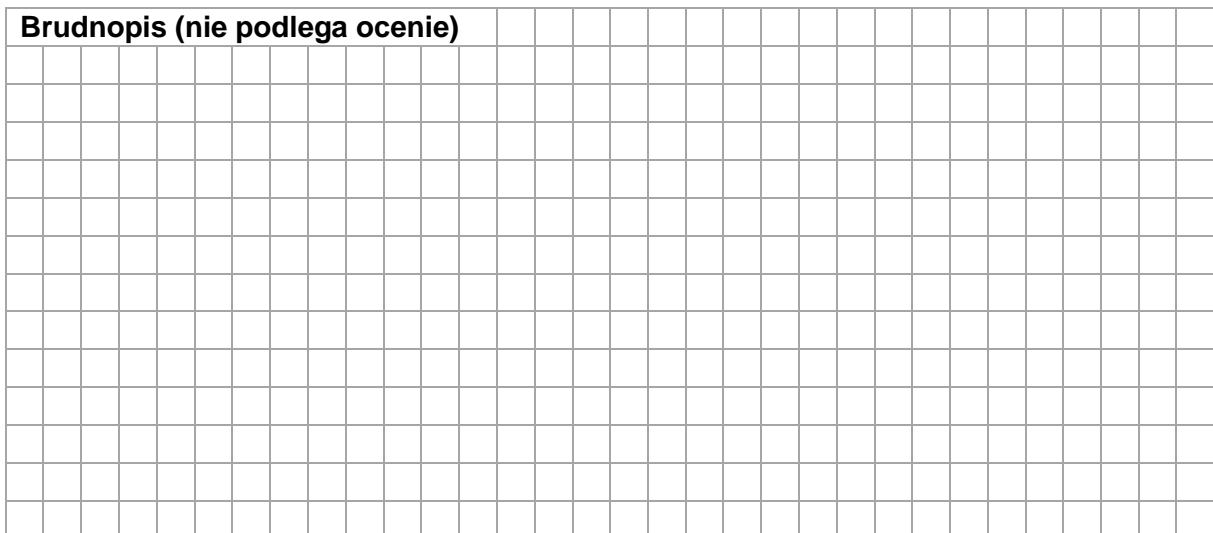
Zadanie 25.1. (1 pkt) 


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole jednej ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

- A. $36\sqrt{10}$
- B. 60
- C. $6\sqrt{10}$
- D. 360

Brudnopis (nie podlega ocenie)

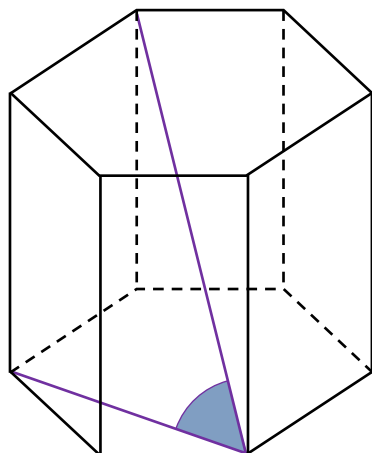


Zadanie 25.2. (1 pkt) 

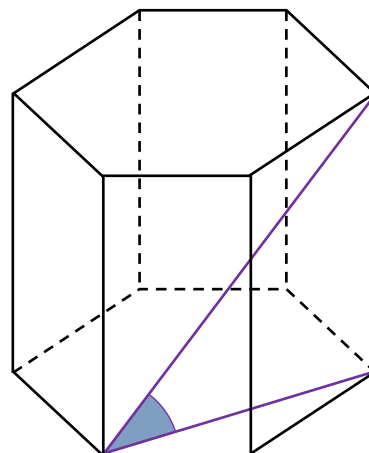
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastopła prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy jest zaznaczony na rysunku

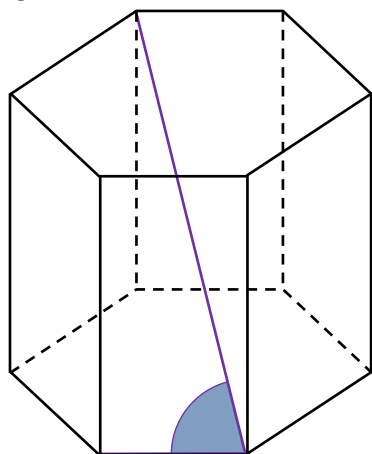
A.



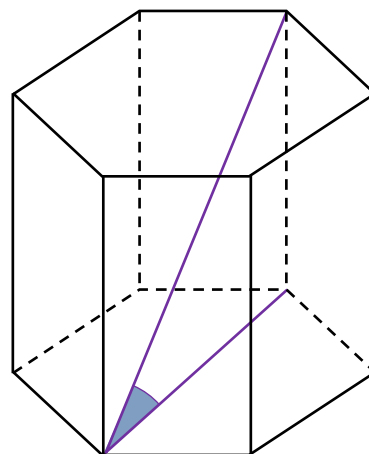
B.



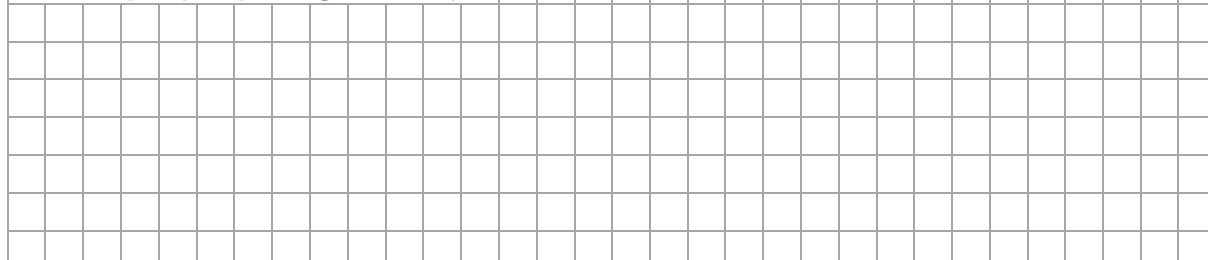
C.

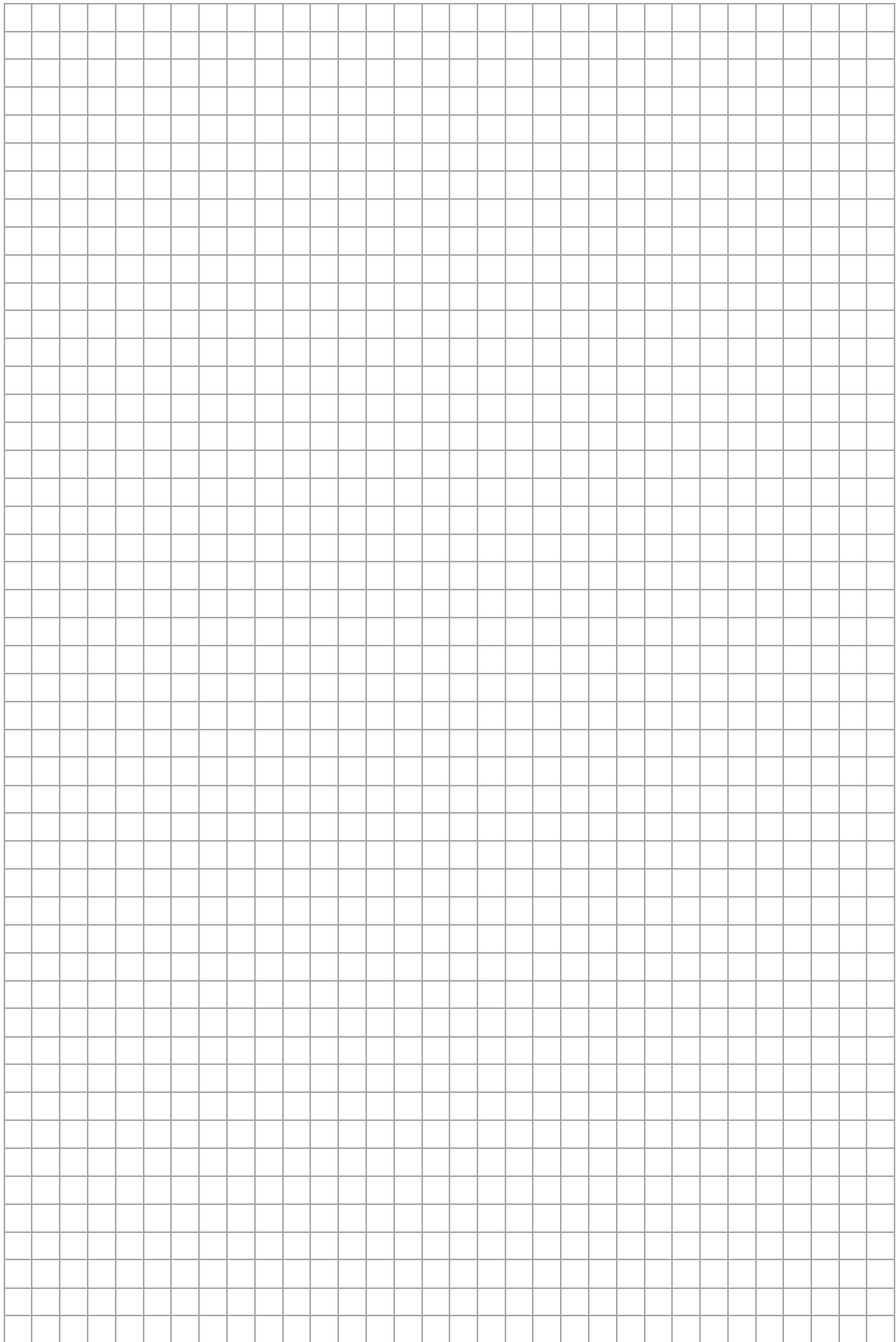


D.



Brudnopis (nie podlega ocenie)





Zadanie 31. (4 pkt)

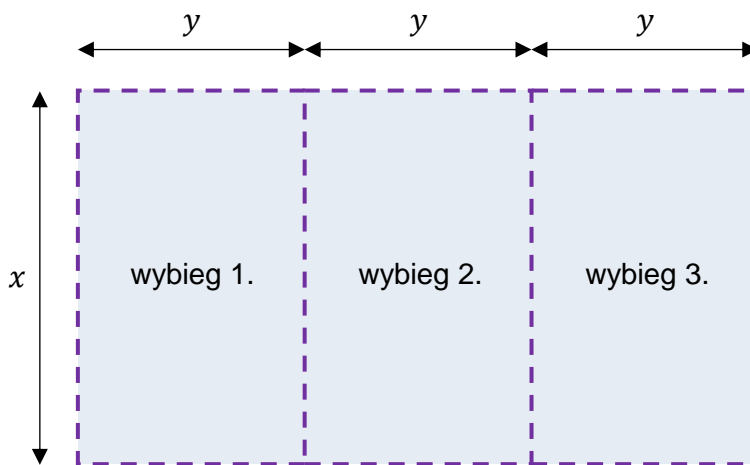
W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o wspólnych ścianach wewnętrznych.

Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku).

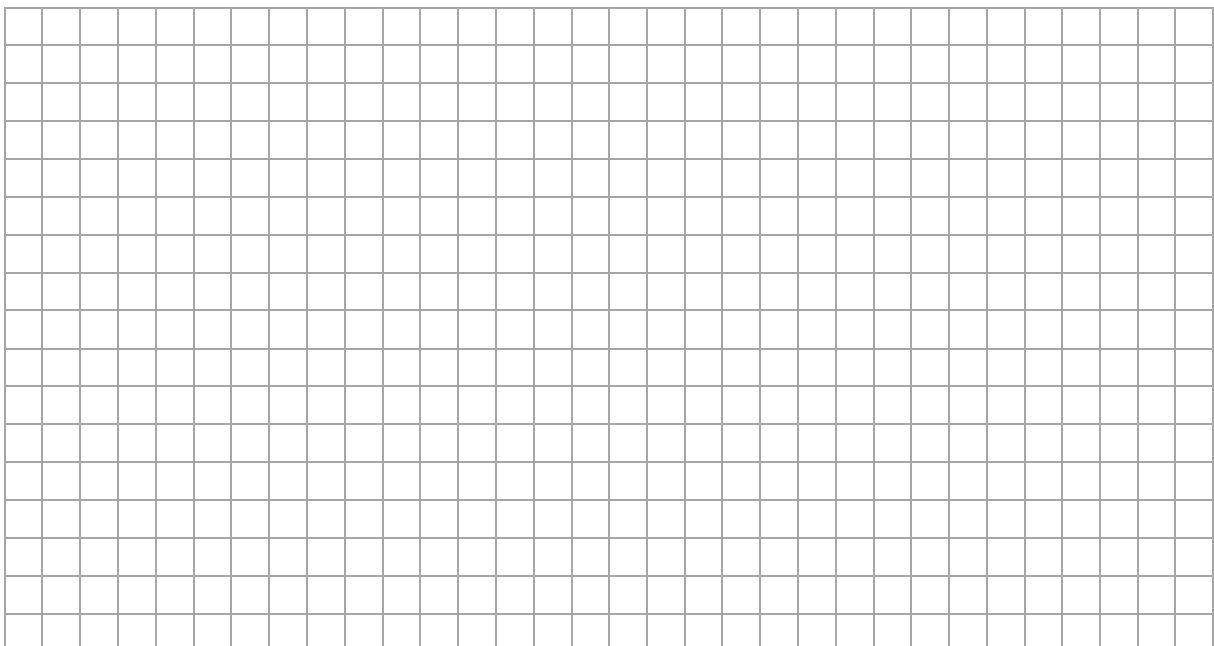
Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

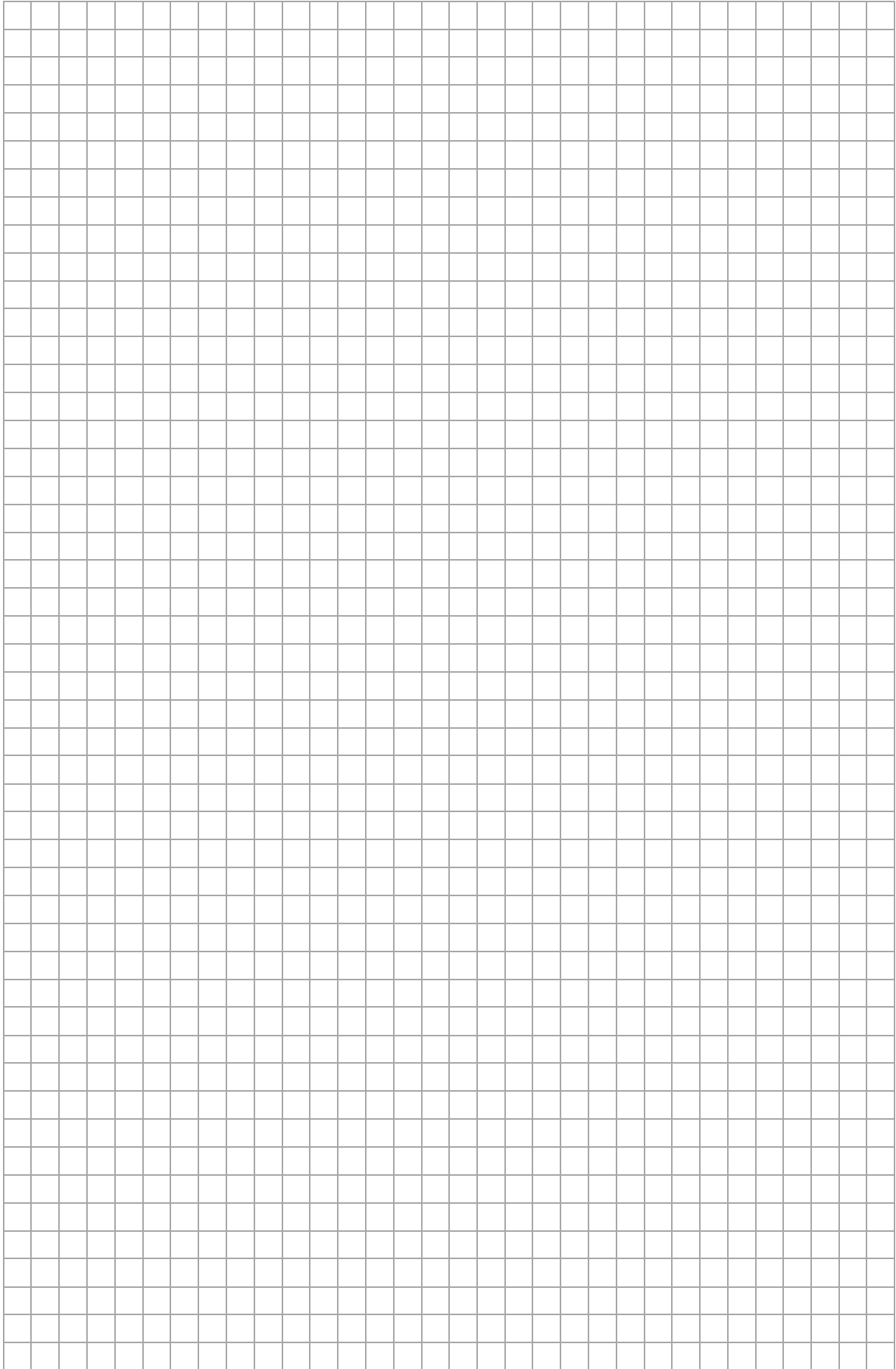
Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).

Linią przerywaną zaznaczono siatkę.

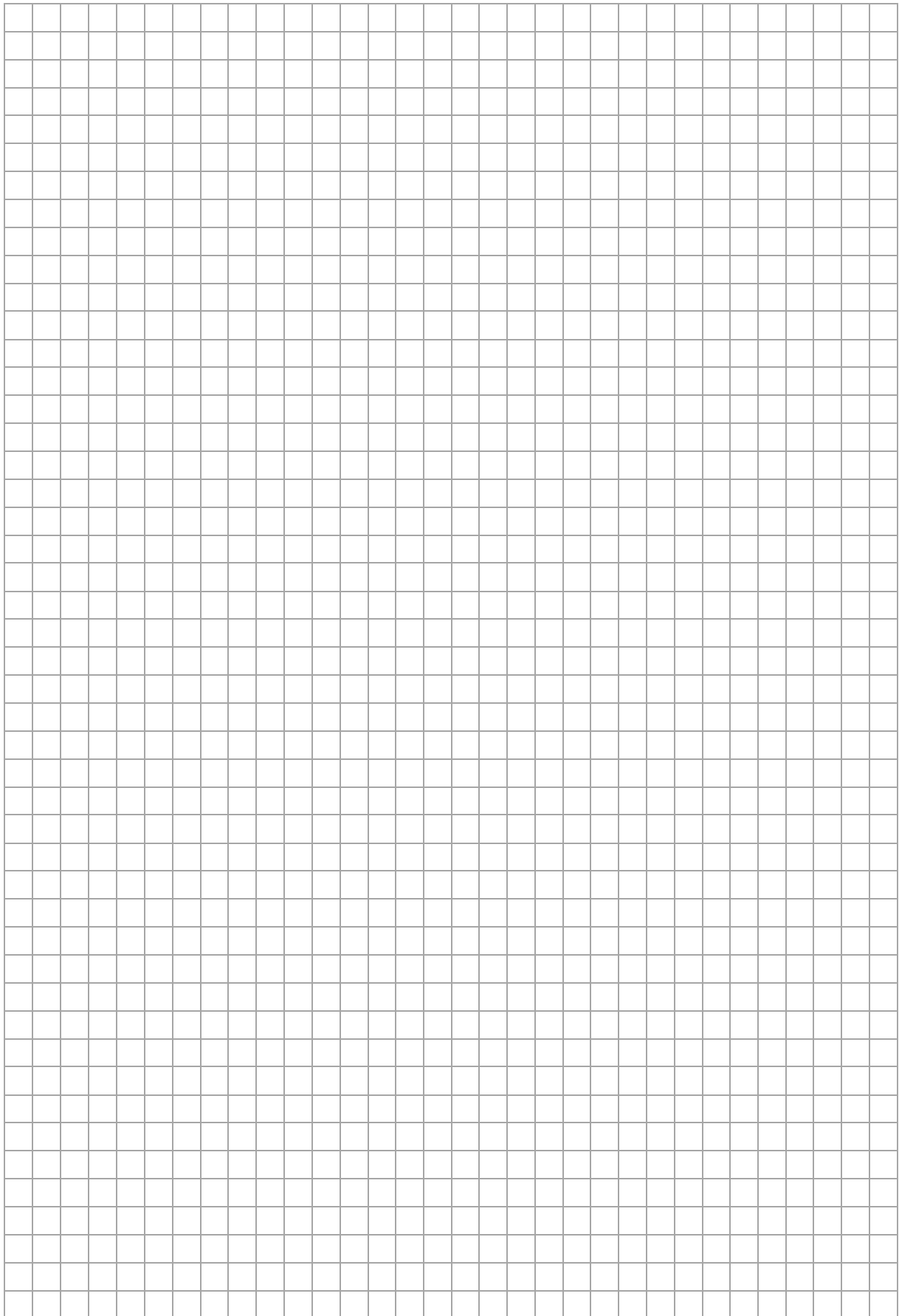


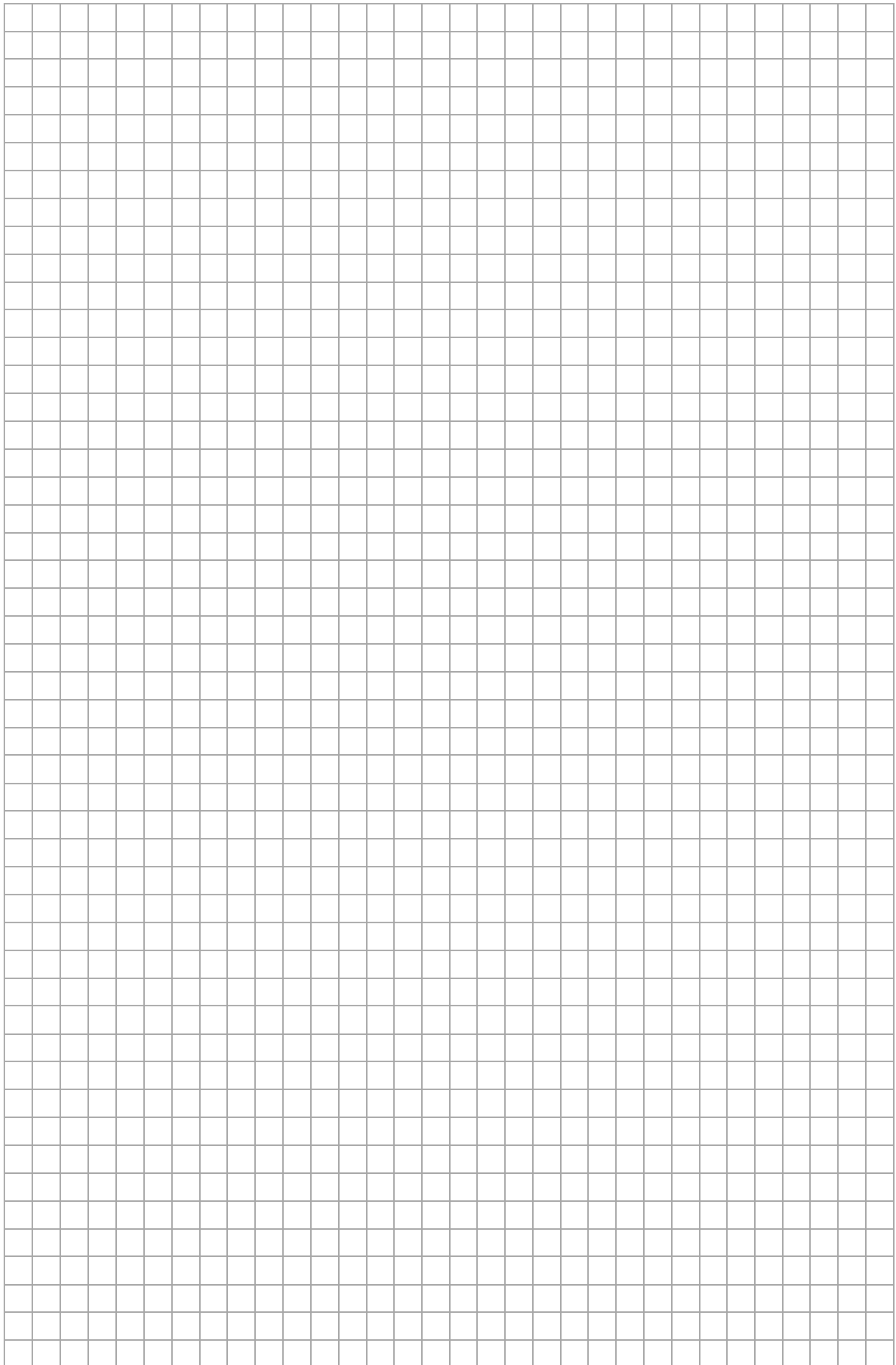
Oblicz wymiary x oraz y jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pomiń szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.





BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)





MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

